

Міністерство освіти і науки України
Донбаська державна машинобудівна академія (ДДМА)

**МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ ТА
ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНІ ДОСЛІДЖЕННЯ
ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНИХ, БУДІВЕЛЬНИХ І
ДОРОЖНІХ МАШИН**

**Методичні рекомендації
до виконання практичних, лабораторних, самостійних робіт та
кусового проектування для студентів-магістрантів
спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»
професійного спрямування «Підйомно-транспортні, будівельні,
дорожні, меліоративні машини і обладнання»**

Затверджено
на засіданні методичної ради
Протокол № 17 від 03.04.2018 р.

Краматорськ
ДДМА
2019

Моделювання робочих процесів та експериментальні дослідження підйомно-транспортних, будівельних і дорожніх машин : методичні рекомендації до виконання практичних, лабораторних, самостійних робіт та курсового проектування для студентів спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» професійного спрямування «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини і обладнання» / укл. : В. Г. Крупко, І. В. Крупко, С. О. Єрмакова, О. В. Держинська. – Краматорськ : ДДМА, 2020. – 133 с.

В методичних рекомендаціях наведені матеріали по основним принципам математичного та фізичного моделювання параметрів та робочих процесів підйомно-транспортних, будівельних та дорожніх машин. Наведені приклади моделювання складових робочих процесів (грунтів, як зовнішнього середовища; робочих органів та окремого обладнання машин та інше).

Укладачі:

В. Г. Крупко, доц.
І. В. Крупко, доц.
С. О. Єрмакова, ст. викл.
О. В. Держинська, ас.

Відп. за випуск:

М. Ю. Дорохов, доц.

ЗМІСТ

Вступ	5
1 Практичні роботи по фізичному моделюванню механічних систем і робочих процесів піднімально-транспортних, будівельних і дорожніх машин (ПТБіДМ)	
1.1 Загальні відомості і теоретичні основи фізичного моделювання механічних систем і робочих процесів ПТБіДМ.....	
1.2 Практична робота 1. Система одиниць фізичних величин їх розмірності, вимірювання та правила написання і позначення.....	
1.3 Практична робота 2. Основи фізичного моделювання механічних систем ПТБіДМ.....	
1.4 Практична робота 3. Принципи фізичного моделювання зовнішнього середовища (грунтів, будівельних матеріалів та інш.) з урахуванням процесів взаємодії з робочим обладнанням.....	
1.5 Практична робота 4. Обґрунтування параметрів фізичних моделей вантажопідйомних кранів.....	
1.6 Практична робота 5. Обґрунтування параметрів фізичних моделей одноковшових екскаваторів.....	
1.7 Практична робота 6. Принцип фізичного моделювання механізмів пересування ПТБіДМ.....	
1.8 Практична робота 7. Розробка фізичних моделей землерийно-транспортних машин.....	
2 Практичні роботи по математичному моделюванню механічних систем і робочих процесів ПТБіДМ	
2.1 Загальні відомості і теоретичні основи математичного моделювання механічних систем і робочих процесів ПТБіДМ.....	
2.2 Практична робота 8. Математичне моделювання механічних систем і робочого процесу одноковшового екскаватора.....	
2.3 Практична робота 9. Математичне моделювання процесу пересування крокуючого екскаватора з 4-х опорним крокуючим ходом.....	
2.4 Практична робота 10. Дослідження динамічних процесів в механізмах і металевих конструкціях вантажопідйомних кранів.....	
2.5 Практична робота 11. Розробка імітаційної моделі та дослідження навантажень на опорні елементи гусеничних рушіїв.....	
2.6 Практична робота 12.	

Моделювання руху самохідного автокрана на ПЕОМ.....	
3 Лабораторні роботи по фізичному моделюванню та експериментальним дослідженням механічних систем і робочих процесів піднімально-транспортних, будівельних і дорожніх машин.....	
3.1 Загальні відомості про методи експериментальних досліджень електро-механічних параметрів і робочих процесів ПТБіДМ. Правила безпеки при проведенні лабораторних робіт.....	
3.2 Лабораторна робота 1. Розробка фізичних моделей ґрунтів, будівельних матеріалів та експериментальні дослідження їх фізико-механічних характеристик...	
3.3 Лабораторна робота 2. Фізичне моделювання виконавчих механізмів, робочого обладнання одноковшових екскаваторів та експериментальні дослідження робочого процесу (екскавації ґрунту).....	
3.4 Лабораторна робота 3. Розробка фізичної моделі вантажопідйомного крана (на прикладі стрілової системи) та експериментальні дослідження навантажень на механізми.....	
3.5 Лабораторна робота 4. Фізичне моделювання гусеничних механізмів пересування ПТБіДМ та експериментальні дослідження силових параметрів.....	
3.6 Лабораторна робота 5. Фізичне моделювання крокуючих механізмів та дослідження процесів пересування машин.....	
3.7 Лабораторна робота 6. Фізичне моделювання робочого процесу бульдозера та експериментальні дослідження тягового зусилля при пересування.....	
Перелік посилань.....	
Додатки.....	
Додаток А Приклади одиниць вимірювання деяких фізичних величин в SI.....	
Додаток Б Фізико-механічні властивості ґрунтів	
Додаток В Технічні характеристики деяких одноковшових екскаваторів.....	
Додаток Г Технічні характеристики деяких самохідних автокранів.....	

Вступ	5
1 Загальні поняття про моделювання технічних систем. Класифікація моделей їх значення в теоретичних і експериментальних дослідженнях	
1.1 Моделювання. Основні терміни і поняття. Класифікація моделей.....	
1.2 Основні положення теорії подібності і моделювання технічних систем.....	
1.3 Одиниці вимірювання фізичних величин. Основні і похідні одиниці фізичних величин.....	
2 Лабораторно-практичні роботи з фізичного моделювання робочих процесів ПТБіДМ	
2.1 Лабораторно-практична робота 1. Фізичне моделювання робочого обладнання кар'єрних екскаваторів (4 години).....	
2.2 Лабораторно-практична робота 2. Основи фізичного моделювання ґрунтів та експериментальні дослідження навантажень на робоче обладнання фізичних моделей ОЕ (4 години).....	
2.3 Лабораторно-практична робота 3. Дослідження енергоємності процесу копання ґрунтів за допомогою фізичної моделі драглайна (4 години).....	
2.4 Лабораторно-практична робота 4. Дослідження опорних навантажень на стрілові системи кранів з допомогою фізичних моделей.....	
2.5 Лабораторно-практична робота 5. Дослідження енергоємності процесів пересування ПТБіДМ за допомогою фізичних моделей крокуючих рушіїв.....	
2.6 Лабораторно-практична робота 6. Розробка фізичної моделі та методики досліджень технічної системи у відповідності з темою магістерської роботи.....	
3 Математичні моделі в дослідженні підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх, меліоративних машин і обладнання	
3.1 Лабораторно-практична робота 1. Розробка математичних моделей у дослідженнях ПТМ.....	
3.2 Лабораторно-практична робота 2. Математичне моделювання робочого обладнання одноківшових екскаваторів.....	
3.3 Лабораторно-практична робота 3. Дослідження динамічних процесів в механізмах і металевих конструкціях ПТБіДМ за допомогою математичних моделей.....	

3.4 Лабораторно-практична робота 4. Основні принципи моделювання робочих процесів ПТБіДМ.....	
4 Моделювання з використанням ПЕОМ.....	
4.1 Лабораторно-практична робота 1. Моделювання руху самохідного стрілового крану автокрана у розширеній Simulink системи MATLAB.....	
Перелік посилань.....	
Додатки.....	
Додаток А Приклади одиниць вимірювання деяких фізичних величин в SI.....	
Додаток Б	

ВСТУП

Одним із напрямків забезпечення ефективної і надійної роботи піднімально-транспортної техніки, землеройних і дорожніх машин є підвищення їх технічного рівня і терміну роботи шляхом удосконалення систем за рахунок зниження динамічних характеристик робочого обладнання та підвищення працездатності окремих вузлів механізмів, що неможливо без всебічних теоретичних і експериментальних досліджень цих машин.

На кафедрі ПТМ ДДМА протягом багатьох років проводять такі дослідження за допомогою математичних моделей для названих вище машин, які можна класифікувати як технологічні машини. (Під терміном «технологічні машини» в подальшому, це ті всі машини, що виконують окремі операції, або комплекс операції в будівництві, транспортно-складських та вантажно-розвантажувальних роботах.)

Методика експериментальних досліджень включає наступні основні етапи:

- розробка структурних схем екскаваторів і окремих механізмів з метою виявлення взаємозв'язку між окремими елементами систем і системами механізмів;

- визначення силових і кінематичних параметрів систем, розробка еквівалентних систем і математичних моделей окремих механізмів та уточнення їх ролі в роботі машини;

- розробка математичних (динамічних) і імітаційних моделей з послідовними теоретичними дослідженнями окремих систем;

- обґрунтування визначальних параметрів цих систем та подальшому комп'ютерному моделюванню їх окремих елементів;

- фізичне моделювання механічних систем технологічних машин та зовнішнього середовища з яким вони взаємодіють з послідовними експериментальними дослідженнями;

- перевірка адекватності теоретичних і експериментальних досліджень та розробка відповідних рекомендацій для проектування і експлуатації. Тобто, дослідження механічних систем технологічних машин проводяться у відповідності з вимогами теорії подібності і моделювання [1, 2] з використанням таких умов як: відображення (виконується умова подібності між моделлю і оригіналом); репрезентація (заміна оригінала моделлю); екстраполяція (отримання нової інформації про поведінку оригінала).

Таким чином загальну схему досліджень механічних систем технологічних машин можна представити у вигляді слідкуючої схеми: структура механічної системи → математичні моделі → імітаційні моделі → комп'ютерні моделі окремих елементів → фізичні моделі → результат.

Проведені дослідження дають змогу знайти цілий ряд нових технічних рішень в розробці механічних систем що дозволяє підвищити

ефективність роботи технологічних машин за рахунок підвищення технічного рівня машин, підвищення працездатності, та зниження простоїв пов'язаних з ремонтами.

В методичних вказівках наведені основні положення теорії моделювання механічних систем, приклади розробки фізичних, математичних і комп'ютерних моделей та проведення експериментальних досліджень. Як правило, методика виконання практичних робіт складається з декілька частин і включає: вивчення теоретичної частини, розробка і визначення параметрів моделей; експериментальні або теоретичні дослідження; обробка результатів дослідження; розробка рекомендації на основі отриманих результатів. Кінцевим результатом експериментальних або теоретичних досліджень є звіт, який захищається згідно з графіком.

1 ЗАГАЛЬНІ ПОНЯТТЯ ПРО МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ. КЛАСИФІКАЦІЯ МОДЕЛЕЙ ЇХ ЗНАЧЕННЯ В ТЕОРЕТИЧНИХ І ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕННЯХ

1.1 Моделювання. Основні терміни і поняття. Класифікація моделей

Моделювання, дослідження об'єктів пізнання на їх моделях; побудова і вивчення моделей реально існуючих предметів і явищ (живих і неживих систем, інженерних конструкцій, різноманітних процесів – фізичних, хімічних, біологічних, соціальних) і конструйованих об'єктів (для визначення, уточнення їх характеристик, раціоналізації способів їх побудови і т.п.).

Моделювання як пізнавальний прийом невіддільно від розвитку знання. По суті, моделювання як форма відображення дійсності зароджується в античну епоху одночасно з виникненням наукового пізнання. Проте у виразній формі (хоча без використання самого терміну) моделювання починає широко використовуватися в епоху відродження; Брунеллески, Мікеланджело і інші італійські архітектори і скульптори користувалися моделями проєктованих ними споруд; у теоретичних же роботах Г. Галілея і Леонардо да Вінчі не лише використовуються моделі, але і з'ясовуються межі застосовності методу моделювання. І. Ньютон користується цим методом вже цілком усвідомлено, а в 19-20 вв. Важко назвати галузь науки або її застосувань, де моделювання не мало б істотного значення; виключно велику методологічну роль зіграли в цьому відношенні роботи Кельвіна, Джоуль. Максвелла, Ф. А. Кекуле, А. М. Бутлерова і інших фізиків і хіміків – саме ці науки стали, можна сказати, класичними «полігонами» методів моделювання. Поява ж перших електронних обчислювальних машин (Джоуль. Нейман, 1947) і формулювання основних принципів кібернетики (Н. Вінер, 1948) привели до воістину універсальної значущості нових методів – як в абстрактних областях знання, так і в їх застосуваннях. Моделювання нині набуло загальнонаукового характеру і застосовується в дослідженнях живої і неживої природи, в науках про людину і суспільство (див. *Моделі у біології, Моделі в економіці, Моделі в мовознавстві, Ядерні моделі*).

Предметним називається моделювання, в ході якого дослідження ведеться на моделі, відтворюючій основні геометричні, фізичні, динамічні і функціональні характеристики «оригіналу». На таких моделях визначаються процеси, що відбуваються в оригіналі – об'єкті дослідження або розробки (вивчення на моделях властивостей будівельних конструкцій, різних механізмів, транспортних засобів і т.п.).

Якщо модель і модельований об'єкт мають одну і ту ж фізичну природу, то говорять про фізичне моделювання (див. *Моделювання*

фізичне). Явище (система, процес) може досліджуватися і шляхом досвідченого вивчення якого-небудь явища іншої фізичної природи, але такого, що воно описується тими ж математичними співвідношеннями, що і модельоване явище. Наприклад, механічні і електричні коливання описуються одними і тими ж диференційними рівняннями; тому за допомогою механічних коливань можна моделювати електричні і навпаки. Таке «предметно-математичне» моделювання широко застосовується для заміни вивчення одних явищ вивченням інших явищ, зручніших для лабораторного дослідження, зокрема тому, що вони допускають вимір невідомих величин (див. *Моделювання аналогове*). Так, електричне моделювання дозволяє вивчати на електричних моделях механічні, гідродинамічні, акустичні і інші явища. Електричне моделювання лежить в основі аналогових обчислювальних машин.

При знаковому моделюванні моделями служать знакові утворення якого-небудь виду: схеми, графіки, креслення, формули, графи, слова і пропозиції в деякому алфавіті (природної або штучної мови) (див. *Знак, Семіотика*).

Найважливішим видом знакового моделювання є математичне (логіко-математичне) моделювання, здійснюване засобами мови математики і логіки (див. *Математична модель*). Знакові утворення і їх елементи завжди розглядаються разом з певними перетвореннями, операціями над ними, які виконує людина або машина (перетворення математичних, логічних, хімічних формул, перетворення станів елементів цифрової машини, що відповідають знакам машинної мови, та ін.). Сучасна форма «матеріальної реалізації» знакового (передусім, математичного) моделювання – це моделювання на цифрових електронних обчислювальних машинах, універсальних і спеціалізованих. Такі машини – це свого роду «чисті бланки», на яких в принципі можна зафіксувати опис будь-якого процесу (явища) у вигляді його програми, тобто закодованої на машинній мові системи правил, наслідуючи які машина може «відтворити» хід модельованого процесу.

Дії зі знаками завжди в тій чи іншій мірі пов'язані з розумінням знакових утворень і їх перетворень: формули, математичні рівняння і т.п. вираження вживаного при побудові моделі наукової мови певним чином інтерпретуються (тлумачаться) в поняттях тієї предметної області, до якої відноситься оригінал (див. *Інтерпретація*). Тому реальна побудова знакових моделей або їх фрагментів може змінюватися подумки-наочним представленням знаків і (чи) операцій над ними. Цей різновид знакового моделювання іноді називається уявним моделюванням. Втім, цей термін часто застосовують для позначення «інтуїтивного» моделювання, що не використовує ніяких чітко фіксованих знакових систем, а що протікає на рівні «модельних представлень». Таке моделювання є неодмінна умова будь-якого пізнавального процесу на його початковій стадії.

Моделювання завжди використовується разом з іншими загальнонауковими і спеціальними методами. Передусім моделювання

тісно пов'язано з експериментом. Вивчення якого-небудь явища на його моделі (при предметному, знаковому моделюванні або моделюванні на ЕОМ) можна розглядати як особливий вид експерименту: «модельний експеримент», що відрізняється від звичайного («прямого») експерименту тим, що в процес пізнання включається «проміжна ланка» - модель, що є одночасно і засобом, і об'єктом експериментального дослідження, замінюючи об'єкт, що вивчається. Модельний експеримент дозволяє вивчати такі об'єкти, прямий експеримент над якими ускладнений, економічно не вигідний, або взагалі неможливий в силу тих або інших причин [моделювання унікальних (наприклад, гідротехнічних) споруд, складних промислових комплексів, економічних систем, соціальних явищ, процесів, що відбуваються в космосі, конфліктів і бойових дій та ін..].

Дослідження знакових (зокрема, математичних) моделей також можна розглядати як деякі експерименти («експерименти на папері», розумові експерименти). Це стає особливо очевидним у світі можливості їх реалізації засобами електронної обчислювальної техніки. Один з видів модельного експерименту – модельно-кібернетичний експеримент, в ході якого замість «реального» експериментального оперування з об'єктом, що вивчається, знаходять алгоритм (програму) його функціонування, який і виявляється своєрідною моделлю поведінки об'єкту. Вводячи цей алгоритм в цифрову ЕОМ і, як то кажуть, «програючи» його, отримують інформацію про поведінку оригіналу в певному середовищі, про його функціональні зв'язки з «місцем існування», що міняється.

У господарському комплексі України на будівництві будинків, споруд і доріг працює велика кількість машин на базі будівельних універсальних екскаваторів, які виконують підйомно-транспортні, землерийні й допоміжні роботи. На привода виконавчих механізмів цих машин діють значні динамічні зусилля, викликані взаємодією робочого обладнання з неоднорідним зовнішнім середовищем, що веде до різких змін силових і кінематичних параметрів. Тому для приводів таких машин важливим є питання по зниженню динамічних навантажень, запобіганню можливих перевантажень приводів та металевих конструкцій.

Одним із напрямків забезпечення ефективної і надійної роботи технологічних машин є підвищення їх продуктивності і терміну роботи шляхом удосконалення систем за рахунок зниження динамічних характеристик робочого обладнання та підвищення працездатності окремих вузлів механізмів, що неможливо без всебічних теоретичних і експериментальних досліджень цих машин.

На кафедрі ПТМ ДДМА протягом багатьох років проводяться такі дослідження для вант підйомних кранів.

Методика досліджень включає наступні основні етапи:

- розробка структурних схем кранів, екскаваторів і окремих механізмів з метою виявлення взаємозв'язку між окремими елементами систем і системами механізмів;

- визначення силових і кінематичних параметрів систем, розробка еквівалентних схем і математичних моделей окремих механізмів та уточнення їх ролі в роботі машини;
- розробка математичних (динамічних) і імітаційних моделей з послідовними теоретичними дослідженнями окремих систем;
- обґрунтування визначальних параметрів цих систем та подальшому комп'ютерному моделюванню їх окремих елементів;
- фізичне моделювання механічних систем технологічних машин та зовнішнього середовища з яким вони взаємодіють з послідовними експериментальними дослідженнями;
- перевірка адекватності теоретичних і експериментальних досліджень та розробці відповідних рекомендацій для проектування і експлуатації. Тобто, дослідження механічних систем технологічних машин проводились у відповідності з вимогами теорії подібності і моделювання [1,2] з виконанням таких умов як: відображення (виконується умова подібності між моделлю і оригіналом); репрезентація (заміна оригінала моделлю); екстраполяція (отримання нової інформації про поведінку оригінала).

Таким чином загальну схему досліджень механічних систем технологічних машин можна представити у вигляді слідкуючої схеми: структура механічної системи → математичні моделі → імітаційні моделі → комп'ютерні моделі окремих елементів → фізичні моделі → результат.

Моделювання є нероздільним сполученням науки і мистецтва (рис. 1).

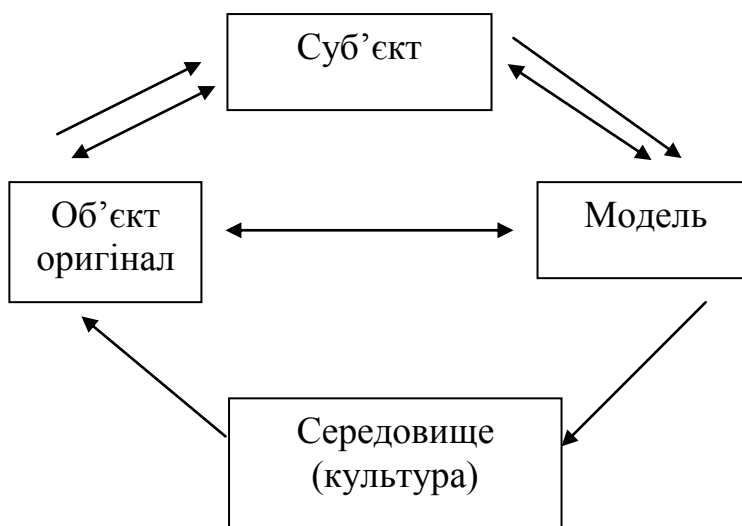


Рисунок 1 – Схема моделювання

Згідно представленої схеми нами розроблені математичні, комп'ютерні, імітаційні і фізичні моделі для дослідження: стрілових систем кранів і екскаваторів; динамічних навантажень на виконавчі механізми кранів і екскаваторів; стійкості стрілових кранів; енергоємності процесів взаємодії робочих органів землерийних машин з ґрунтом;

працездатності окремих вузлів машин; нових конструкцій крокуючих і гусеничних рушіїв машин.

1.2 Основні положення теорії подібності і моделювання технічних систем

Моделювання деякого процесу передбачає:

- виявлення факторів, що впливають на процес;
- вибір факторів, які можуть бути описані кількісно;
- пояснення факторів за загальними ознаками і скорочення їх переліку (наприклад за допомогою критеріїв подібності);
- встановлення кількісних співвідношень між елементами процесу.

Критерії оцінювання.

Проблема вибору критерію полягає у встановленні ознак, за якими визначається пріоритет.

Мета остаточного аналізу – знайти оптимальні рішення проблем, або точніше запропонувати рішення проблем. Мовою системного аналізу цей процес називається субоптимізація.

Актуальність моделювання обумовлює:

- статичний підхід вимагає тривало функціонуючої і добре налагодженої системи збору і обробки кількісної інформації.
- експериментальний підхід не забезпечує належної оперативності виявлення потрібних закономірностей.

Моделювання починається з формалізації, під яким прийнято розуміти точне позбавлення двозначності та опис досліджуваних явищ:

- опис досліджуваних явищ;
- математизацію і алгоритмізацію досліджуваного явища;
- конструювання розвинених формалізованих систем.

Подібність систем розглядається як сукупність подібності характеристик:

- геометрична подібність представлена рівністю відповідних кутів α і пропорційністю всіх лінійних розмірів $\alpha_H = \alpha_{II}$,

$$\frac{l_{1H}}{l_{1M}} = \frac{l_{2H}}{l_{2M}} = \dots = \frac{l_{iH}}{l_{iM}} = const = k_L;$$

- кінематична подібність систем визначається тотожністю напряму і пропорційністю величин часу, діючих швидкостей в прискорення

$$\frac{V_{1H}}{V_{1M}} = \frac{V_{2H}}{V_{2M}} = \dots = \frac{V_{iH}}{V_{iM}} = \text{const} = k_V;$$

– динамічна подібність систем визначається тотожністю напрямку дії і пропорціональністю вектору сил G , або напруги σ

$$\frac{G_{1H}}{G_{1M}} = \frac{G_{2H}}{G_{2M}} = \dots = \frac{G_{iH}}{G_{iM}} = \text{const} = k_G,$$

де k_L, k_V, k_G – масштаби моделі.

Співвідношення розмірних величин, які залишаються незмінними при можливих співвідношеннях фізичних величин, називається критеріями подібності.

$$\left(\frac{P_1}{P_2} \right)_H = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)_M = \text{idem} = \pi.$$

Наслідком I теореми подібності є отримане співвідношення, що дозволить визначити параметри об'єкта по відомим параметрам моделі.

Наприклад:

$$k_{P10} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)_M; k_{P30} = \left(\frac{P_3}{P_2} \right)_M,$$

де k_{P10}, k_{P30} – коефіцієнт визначені на основі об'єкта прийнятого за модель.

Теореми подібності.

Всяке рівняння фізичного процесу, що об'єднує між собою n величин $x_1 = f(x_2, x_3, \dots, x_n)$ серед яких m величини мають незалежні розмірності, можна привести до критеріального рівня, яке об'єднує $n - m$ критеріям подібності.

m – число фізичної величини з незалежною розмірністю;

$\pi_1 = \varphi(\pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{n-m})$;

$k = n - m$ – число критеріїв подібності.

Необхідною і достатньою умовою подібності двох об'єктів, явищ, процесів – є пропорційність подібності x (схожих) параметрів, що входять в умови однозначності і рівність визначаючих критеріїв подібності.

Перша теорема подібності розглядає умови, які впливають з подібності явищ, і формулюється так: *подібні об'єкти (явища, процеси,*

системи, знакові утворення і ін.), мають індикатори подібності, рівні валюті, і чисельно однакові критерії подібності. Для подібних об'єктів (рис. 2), один з яких є оригіналом, а іншою моделлю, які описуються рівняннями:

$$P_{1H} + P_{2H} - P_{3H} = 0,$$

$$P_{1M} + P_{2M} - P_{3M} = 0,$$

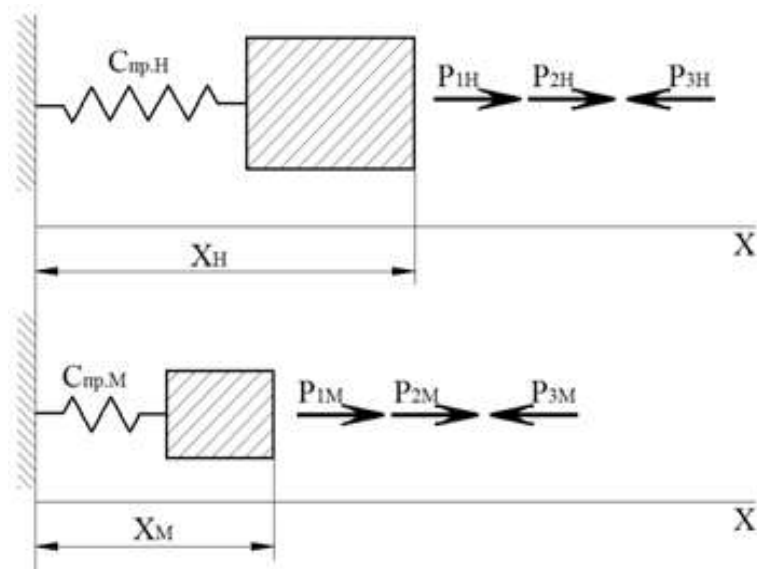
між відносинами масштабів, званими індикаторами подібності виконуються рівності:

$$k_{P1}/k_{P2} = 1; k_{P3}/k_{P2} = 1,$$

а відношення відповідних членів рівняння є інваріантні і не залежних від масштабу параметрів:

$$P_1/P_2 \Big|_H = P_1/P_2 \Big|_M = idem;$$

$$P_3/P_2 \Big|_H = P_3/P_2 \Big|_M = idem.$$



a – оригінал – система, яка моделюється;

б – модель – моделююча система;

P_1, P_2, P_3 – діючі сили; M – маса; C – приведена жорсткість

Рисунок 2 – Схема динамічних систем, що ілюструє основні положення теорії подібності

Дійсно, так як явища подібні, то повинні мати місце рівність рівнянь

$$P_{1H} + P_{2H} - P_{3H} = k_{P1}P_{2M} + k_{P2}P_{2M} - k_{P3}P_{3M},$$

де $k_{P1} = P_{1H}/P_{1M}; k_{P2} = P_{2H}/P_{2M}; k_{P3} = P_{3H}/P_{3M}$ – масштаби (коефіцієнти) величин;

P_i – параметри, що характеризують систему, наприклад мають природу сил, що діють на систему.

Для дотримання незмінності по відношенню до подібних перетворень членів рівняння необхідно, щоб коефіцієнти рівняння k_{P1}, k_{P2} та k_{P3} дорівнювали один одному. Так як k_{P1}, k_{P2} та k_{P3} є масштабами величин, то їх рівність дотримується в разі, якщо відносини:

$$P_1/P_2 \underset{H}{=} P_1/P_2 \underset{M}{=} idem;$$

$$P_3/P_2 \underset{H}{=} P_3/P_2 \underset{M}{=} idem$$

залишатимуться незмінними для подібних перетворень. Відповідні відносини розмірних величин, які залишаються незмінними при подібних перетвореннях, є критеріями (інваріантами) подібності та позначаються π або Π . Аргументи трансцендентних функцій є критеріями подібності.

Визначення параметрів оригіналу на підставі формул подібності.

Наслідком розглянутої положення є отримання співвідношень, що дозволяють визначити параметри об'єкта по відомим параметрам моделі. Якщо мають місце:

$$P_1/P_2 = idem; P_3/P_2 = idem,$$

$$P_1 = k_{P10}P_2; P_3 = k_{P30}P_2,$$

де $k_{P10} = (P_1/P_2)_M; k_{P30} = (P_3/P_2)_M$ – коефіцієнти, які визначаються на підставі об'єкта, прийнятого за модель.

Властивості критеріїв подібності. Вихідні рівняння є однорідними, так як всі їх члени мають однакову розмірність. Отримані критерії подібності є безрозмірними утвореннями. Вони визначають середню міру відносин між фізичними ефектами, істотними для даного процесу.

Критерії можна перетворити в критерії іншої форми і отримувати нові критерії шляхом операцій ділення та множення, отриманих спочатку, а також множенням або діленням їх на постійну безрозмірну величину. Однак загальна кількість критеріїв при цьому має залишатися без змін. Так, якщо $\Pi_k = idem; \Pi_{k+i} = idem$, тоді $\Pi_k/\Pi_{k+i} = idem; \Pi_k\Pi_{k+i} = idem$. Відповідно $1/\Pi_{k+i} = idem; k\Pi_{k+i} = idem$, де k – постійна безрозмірна величина.

Друга теорема подібності (π – теорема) дає можливість заміни рівняння між фізичними величинами залежністю між критеріями подібності і формулюється так: *будь-яке рівняння фізичного процесу, що об'єднує між собою n величин, $x_1 = f(x_2, x_3, \dots, x_n)$, серед яких m величин володіють незалежними розмірностями, можна перетворити на критерійне рівняння, яке пов'язує $n - m$ критеріїв подібності*

$$P_1 = \varphi(P_2, P_3, \dots, P_{n-m})$$

де $P_{1,2,3}$ – безрозмірні величини, складені за певним законом з n величин (змінних і параметрів), що впливають на хід процесу;

m – число фізичних величин, що мають незалежні розмірності (число основних одиниць вимірювання повинно бути більше або дорівнює m).

Друга теорема подібності визначає необхідну і достатню кількість критеріїв подібності k , що визначають процес; $k = n - m$. Теорема дозволяє замінити змінні, скоротивши їх кількість з n розмірних величин до $n - m$ безрозмірних величин. Це спрощує обробку експериментів при знаходженні аналітичної залежності на увазі регресійного полінома, отриманого в критеріальній формі.

Прийнято називати комплекси P_2, P_3, \dots, P_{n-m} визначальними критеріями подібності. Такі безрозмірні комплекси містять незалежні змінні величини і величини входять в умови однозначності. Обумовленими критеріями подібності називають комплекси P_1 , які містять залежну змінну як шукану величину. Суттєве значення π – теореми полягає в можливості розповсюдження результатів експериментального або аналітичного дослідження з вивчення конкретного явища на ряд подібних явищ. При цьому важливо мати на увазі обмеження на межі суттєвості і сталості критеріїв подібності, що визначають перебіг досліджуваного явища при формуванні такого висновку. Важливим фактором, який слід, з π – теореми, є можливість знаходження критеріального рівняння, не маючи математической моделі процесу, основою тільки на аналізі відомих величин, що визначають процес, і їх розмірності.

Третя теорема подібності. *Необхідною і достатньою умовою подібності двох об'єктів (явищ, процесів, систем і ін.) є пропорційність подібних параметрів, що входять в умови однозначності, і рівність визначальних критеріїв подібності.*

Під умовами однозначності розуміють геометричну характеристику просторової області (при дотриманні геометричної подоби), значення фізичних постійних, початкові і граничні умови.

Дійсно, якщо для систем, наведених на рис. 2, мають місце рівності критеріїв подібності:

$$P_1/P_2 = idem; P_3/P_2 = idem,$$

та

$$k_{P1}/k_{P2} = 1; k_{P3}/k_{P2} = 1,$$

тоді

$$P_{1H} + P_{2H} - P_{3H} = k_{P1}P_{2M} + k_{P2}P_{2M} - k_{P3}P_{3M},$$

або

$$P_{1H} + P_{2H} - P_{3H} = P_{1M} + P_{2M} - P_{3M},$$

що вказує на подібність розглянутих об'єктів.

З умов однозначності при $t=0$, $P=P_0$, $U=U_0$, $t=t_1$, $P=P_1$, $U=U_1$, слідує критерії-симплекси $P_0/P = idem$, $U_0/U = idem$.

Для створення моделі, в якій процес протікав би подібно до процесу в оригіналі, необхідно: 1) вибрати параметри моделі з умов теорії подібності і забезпечити тотожність рівнянь природи і моделі, що досягається при рівності визначальних критеріїв подібності; 2) додати до визначальних критеріїв подібності подібні для природи і моделі граничні і початкові умови. Перехід від параметрів, встановлених в процесі моделювання, до параметрів оригіналу в порядку прогнозування поведінки оригіналу здійснюють простим перерахуванням за формулами:

$$P_{1H} = k_{P1}P_{2M}; P_{2H} = k_{P2}P_{2M}; P_{3H} = k_{P3}P_{3M},$$

де k_{P1}, k_{P2} та k_{P3} – відповідні масштаби величин;

P_{1M}, P_{2M}, P_{3M} – величини, що характеризують процеси, зафіксовані при моделюванні.

Для подібності явищ необхідно, щоб вони описувалися однаковими математичними залежностями. Однак ця умова не є достатнім. При різних крайових умовах результати рішення одного і того ж рівняння виявляються неоднаковими. Умови однозначності повинні бути аналогічними в моделі і оригіналі. Відрізнитися вони можуть лише чисельними значеннями величин.

1.3 Єдина система вимірювання фізичних величин

Науково-технічна революція, яка викликана бурним розвитком науки

та техніки, і значне розширення культурних та економічних зв'язків між країнами миру висунули вимогу до єдиних одиниць вимірювання фізичних величин, їх міжнародну уніфікацію.

Так як одиниці фізичних величин необхідно використовувати не тільки для кількісної характеристики параметрів фізичних явищ та процесів, властивостей речовин та вираз результатів вимірів в науці, техніці і в практичній діяльності, але і з метою забезпечення чіткого дотримання основних показників великого різноманіття продукції, що випускається, технологічних режимів, методів досліджень та контролю. Забезпечення однакових фізичних величин, які використовуються – один з суттєвих факторів, який сприяє вирішенню задач в галузі стандартизації, уніфікації, взаємозамінності, підвищенню продуктивності праці, які направлені на ріст ефективності виробництва та покращення якості продукції, що випускається.

Назва фізичної величини повинно точно та однозначно відображати сутність об'єкту, що її відображає, або параметра, явища чи процесу.

Для кожної фізичної величини слід використовувати одну назву (термін).

2.1.3 Системи одиниць фізичних величин

З моменту проведення вимірювань, велике значення набули вибір одиниць та забезпечення порівняння їх результатів. Числові значення вимірюваних величин залежать від того, які одиниці вимірювання використовуються. Початкові використовувані одиниці довжини, наприклад, визначали за розмірами частин тіла людини (фут, дюйм, лікоть, сажень, аршин), тому вони були індивідуальними і непостійними. Довільність вибору розмірів одиниць привела до появи безлічі місцевих одиниць.

Наявність великої кількості довільних одиниць для однієї і тієї ж величини (наприклад, відстань – верстами, милями) ускладнювало порівняння результатів вимірювань, зроблених різними спостерігачами, що спричиняло незручності та труднощі, відбивалося на розвитку торгівлі і промисловості. З метою уніфікувати одиниці вимірювання, зробити їх незалежними від часу і різного роду випадковостей у Франції була розроблена *метрична система мір* – перша в історії система одиниць фізичних величин (1791 р.). Ця система будувалася на основі природної одиниці довжини, яка дорівнює одній десятимільйонній частини чверті меридіана, що проходить через Париж. Ця одиниця отримала назву «метр» (звідси назва системи – метрична). За одиницю маси взято масу одного кубічного дециметра дистильованої води при температурі її найбільшої густини (+4 °C) і названа «кілограм». Були виготовлені платиновий прототип метра у вигляді лінійки шириною 25 мм, товщиною близько 4 мм з відстанню між кінцями 1 м і прототип кілограма у вигляді циліндра.

Крім одиниць довжини і маси, метрична система (1791 р.) включала

в себе одиниці площі, об'єму і місткості для рідин та сипучих тіл. Також при запровадженні метричної системи була прийнята десяткова система утворення кратних і часткових одиниць. Незважаючи на очевидні переваги, метрична система мір впроваджувалася з великими труднощами. Лише в грудні 1840 р. метрична система одиниць була законодавчо встановлено у Франції, пізніше це було зроблено в Німеччині та інших країнах.

У 1832 р німецький вчений К. Гаусс запропонував метод побудови систем одиниць вимірювань, що використовується і в даний час. В основі його методу, одиниці деяких величин (*основні* одиниці) встановлюють довільно і незалежно одна від іншої, інших (*похідні* одиниці) – виражають через основні одиниці, виходячи з рівнянь зв'язку вимірюваних величин з основними. Рівняння зв'язку – рівняння, що відображає зв'язок між величинами, зумовлений законами природи, в яких під літерними символами розуміють фізичні величини (наприклад, рівняння $v = l/t$ відображає існуючу залежність швидкості v від шляху l і часу t).

Сукупність основних і похідних одиниць вимірювання називається *системою одиниць фізичних величин*. Основні одиниці відтворені з великою точністю у вигляді речовинного зразка (еталона) або за допомогою відтворюваних явищ природи, на яких засновано визначення одиниці. Гаусс розробив систему одиниць, названу ним абсолютною, у якій в якості основних прийняті три одиниці: довжини – міліметр, маси – міліграм і часу – секунда. Всі інші одиниці (похідні) можна визначити за допомогою цих трьох.

З розвитком науки і техніки метричну систему стали доповнювати одиницями інших величин, але одиниці вибирали довільно, не пов'язуючи з іншими галузями. Це призвело до запровадження в практику декількох одиниць для однієї і тієї ж за своєю фізичною природою величини (наприклад одиниці тиску і механічної напруги, роботи та енергії) та створювало незручності в застосуванні одиниць. З'явилась низка інших систем одиниць фізичних величин, побудованих за принципом, запропонованим Гауссом, що базуються на метричній системі мір, але відрізняються один від одного основними одиницями. Наприклад, система СГС, в якій основними одиницями є сантиметр, грам і секунда; система МКГСС з трьома основними одиницями: метр, кілограм-сила (одиниця сили) і секунда; система МКСА з основними одиницями метр, кілограм, секунда і ампер.

Наявність низки систем одиниць фізичних величин, значної кількості позасистемних одиниць, а також незручності, пов'язані з перерахунком при переході від однієї системи одиниць до іншої, вимагало уніфікації одиниць вимірювань. Зростання науково-технічних та економічних зв'язків між різними країнами обумовлювало необхідність такої уніфікації в міжнародному масштабі. У 1960 р XI Генеральна конференція з мір та ваг затвердила Міжнародну систему одиниць, що позначається скорочено

SI (System International), в українській транскрипції – СІ (Система Інтернаціональна).

2.1.4 Міжнародна система одиниць фізичних величин

Прийняття Міжнародної системи одиниць (СІ) в 1960 р. стало важливим прогресивним актом, який підсумував велику багаторічну роботу в напрямку уніфікації одиниць величин, узагальнив досвід роботи науково-технічних кіл різних країн і міжнародних організацій з метрології, стандартизації, фізики та електротехніки. На сьогодні ця система прийнята на законодавчому рівні більше ніж в 124 країнах світу. У результаті деяких видозмін, прийнятими Генеральними конференціями з мір та ваг, в даний час система включає сім основних і низка похідних одиниць величин.

Основними перевагами СІ є:

- універсальність – охоплення нею всіх областей науки і техніки;
- уніфікація одиниць для всіх областей і видів вимірювань (механічних, теплових, світлових, електричних і т.д.), наприклад, застосовується єдина одиниця тиску – Паскаль замість низки одиниць тиску (атмосфера, міліметр ртутного стовпа, міліметр водяного стовпа, бар, п'єза, дина на квадратний сантиметр та інші);
- когерентність (зв'язність, узгодженість) системи – всі похідні одиниці виходять з рівнянь зв'язку між величинами, у яких коефіцієнти дорівнюють одиниці;
- можливість відтворення одиниць з високою точністю відповідно до їх визначення;
- спрощення запису рівнянь і формул у фізиці, хімії, а також в технічних розрахунках у зв'язку з відсутністю перевідних коефіцієнтів;
- зменшення кількості допустимих одиниць;
- єдина система утворення кратних і часткових одиниць, що мають власну назву;
- полегшення процесу навчання;
- краще взаєморозуміння при подальшому розвитку науково-технічних та економічних зв'язків між країнами.

Основні одиниці СІ.

Основною одиницею величини називається одиниця фізичної величини, тобто величини, яка умовно прийнята в якості незалежної від інших величин системи. При виборі основних одиниць СІ виходили з того, щоб:

- 1) охопити системою всі галузі науки і техніки;
- 2) створити основу утворення похідних одиниць для різних фізичних величин;
- 3) прийняти зручні для практики розміри основних одиниць, що вже одержали широке розповсюдження;

4) вибрати одиниці таких величин, відтворення яких за допомогою еталонів можливо з найбільшою точністю.

Основні одиниці СІ із зазначенням скорочених позначень українськими і латинськими буквами наведені в табл. 1.

Таблиця 1 – Основні одиниці СІ

Величина	Одиниця вимірювання	Скорочене позначення одиниці		Розмірність
		українське	міжнародне	
Довжина	Метр	м	m	L
Маса	Кілограм	кг	kg	M
Час	Секунда	с	s	T
Сила електричного струму	Ампер	A	A	I
Термодинамічна температура	Кельвін	K	K	Θ
Сила світла	Кандела	кд	cd	J
Кількість речовини	Моль	моль	mol	N

Визначення основних одиниць, що відповідають рішенням Генеральної конференції з мір та ваг, наступні.

Метр є довжина шляху, який проходить світло у вакуумі за проміжок часу, що дорівнює $1/299\,792\,458$ секунди.

Кілограм є одиницею маси і дорівнює масі міжнародного прототипу кілограма.

Секунда дорівнює $9\,192\,631\,770$ періодам випромінювання, яке відповідає переходові між двома надтонкими рівнями основного стану атома цезію-133.

Ампер дорівнює силі незмінного струму, який під час проходження по двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і нехтуючи малою площею поперечного перерізу, розміщених на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликав би на кожній ділянці завдовжки 1 м силу взаємодії 2×10^{-7} Н.

Кельвін дорівнює $1/273,16$ частині термодинамічної температури потрійної точки води.

Моль дорівнює кількості речовини системи, яка вміщує стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у вуглеці-12 масою

0,012 кг.

Кандела дорівнює силі світла у заданому напрямі джерела, що випускає монохроматичне випромінювання частотою $540 \cdot 10^{12}$ Гц, енергетична сила світла якого у цьому напрямку становить $1/683$ Вт/ср.

Три перші одиниці СІ (метр, кілограм і секунда) дозволяють утворити похідні одиниці для вимірювання механічних і акустичних величин. При додаванні до них одиниці температури (Кельвіна) можна утворити похідні одиниці для вимірювань теплових величин.

Метр, кілограм, секунда і ампер є основою для утворення похідних одиниць в області електричних, магнітних вимірювань і вимірювань іонізуючих випромінювань, а моль використовують для утворення одиниць в галузі фізико-хімічних вимірювань.

Похідні одиниці СІ.

Похідні одиниці Міжнародної системи одиниць утворюються з основних за допомогою рівнянь зв'язку між величинами, у яких числові коефіцієнти дорівнюють одиниці. Наприклад, для встановлення одиниці лінійної швидкості v слід скористатися рівнянням рівномірного прямолінійного руху

$$v = \frac{l}{t}$$

де l – довжина пройденого шляху (в метрах);
 t – час (в секундах).

Отже, одиниця швидкості СІ – метр за секунду – це швидкість точки, при якій вона за час 1 с переміщується на відстань 1 м, рухаючись прямолінійно і рівномірно.

Похідним одиницям зазвичай присвоюють назви на честь відомих вчених. Так, одиниці тиску 1 Н/м^2 – Паскаль (Па) на ім'я французького математика і фізика Блеза Паскаля. Похідні одиниці, що мають спеціальні назви, наведені в табл. 2.

Таблиця 2 – Похідні одиниці СІ, що мають спеціальні назви

Величина		Одиниця		
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	Відтворення через одиниці СІ
Частота	T^{-1}	Герц	Гц	s^{-1}
Сила, вага	$LM T^{-2}$	Ньютон	Н	$м \cdot кг \cdot с^{-2}$

Величина		Одиниця		
Назва	Розмірність	Назва	Позначення	Відтворення через одиниці СІ
Тиск, механічна напруга	$L^{-1}MT^{-2}$	Па скаль	Па	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Енергія, робота, кількість теплоти	L^2MT^{-2}	Дж оуль	Дж	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Потужність	L^2MT^{-3}	Ва т	Вт	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Кількість електрики	тІ	Ку лон	Кл	с·А
Електрична напруга, потенціал	$L^2MT^{-3}I^{-1}$	Во льт	В	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-1}$
Електрична ємність	$L^2M^{-1}T^4I^2$	Фа рад	Ф	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^4 \cdot A^2$
Електричний опір	$L^2MT^{-3}I^{-2}$	Ом	Ом	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} \cdot A^{-2}$
Електрична провідність	$L^2M^{-1}T^3I^2$	Сі менс	См	$m^{-2} \cdot kg^{-1} \cdot s^3 \cdot A^2$
Потік магнітної індукції	$L^2MT^{-2}I^{-1}$	Ве бер	Вб	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Магнітна індукція	$MT^{-2}I^{-1}$	Тес ла	Тл	$kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-1}$
Індуктивність	$L^2MT^{-2}I^{-2}$	Ге нрі	Гн	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} \cdot A^{-2}$
Активність радіонукліда	T^{-1}	Бек ерель	Бк	s^{-1}
Поглинута доза випромінювання	L^2T^{-2}	Гре й	Гр	$m^2 \cdot s^{-2}$
Еквівалентна доза випромінювання	L^2T^{-2}	Зів ерт	Зв	$m^2 \cdot s^{-2}$

Для вимірювань плоского і тілесного кутів в СІ призначені радіан і стерадіан відповідно.

Радіан (рад) – одиниця плоского кута – це кут між двома радіусами кола, дуга між якими по довжині дорівнює радіусу. В градусному еквіваленті радіан дорівнює $57^{\circ}17'48''$.

Стерадіан (ср) – одиниця тілесного кута – це тілесний кут, вершина якого розташована в центрі сфери і який вирізає на поверхні сфери площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, по довжині рівною радіусу сфери.

Радіан і стерадіан використовуються в основному для теоретичних розрахунків. На практиці вимірювання кутів проводять в кутових градусах (хвилинах, секундах). Саме в цих одиницях проградуировані більшість кутомірних засобів вимірювань.

Розмірність фізичної величини.

Розмірність є однією із найважливіших якісних характеристик фізичної величини. *Розмірність* є вираженням у формі степеневого одночлена, складеного з добутків символів основних величин в різних степенях і відображає зв'язок даної фізичної величини Q з фізичними величинами, прийнятими в даній системі за основні з коефіцієнтом пропорційності, що дорівнює 1. Розмірність (англ. dimension) позначають знаком \dim :

$$\dim Q = L^\alpha M^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\phi N^\gamma J^\mu, \quad (1)$$

де L, M, T, I, Θ, N, J – розмірності основних фізичних величин СІ, які прийнято позначати відповідними прописними буквами (див. табл. 1),

α, β, γ – показники степеня, які залежно від рівняння, що зв'язує величини, можуть бути додатними або від'ємними, цілими або дробовими, а також дорівнювати нулю.

Таким чином, розмірність – це символічне (буквене) позначення залежності похідної величини від основних величин. Розмірність дає уяву про вид величини, є її якісною характеристикою, а розмір визначає кількісний вміст величини – кількісна характеристика.

Приклади розмірностей деяких величин.

Площа S дорівнює другій степені довжини, тобто $S = l^2$ і не залежить від інших величин, тому її розмірність:

$$\dim S = L \cdot L = L^2.$$

Швидкість v прямопропорційна відстані і оберненопропорційна часу, тобто $v = l/t$, її розмірність:

$$\dim v = L \cdot T^{-1}.$$

Аналогічно, розмірність тиску:

$$\dim P = \dim \left(\frac{F}{S} \right) = \dim \left(\frac{m \cdot a}{l^2} \right) = L^{-1} M T^{-2},$$

розмірність енергії:

$$\dim E = \dim \left(\frac{mv^2}{2} \right) = L^2MT^{-2}$$

Якщо всі показники степеня у формулі (1) дорівнюють нулю ($\dim Q = 1$), то таку величину називають безрозмірною (наприклад, відносне видовження).

У розмірностях проявляється деякий зв'язок між величинами, однак вони не є вичерпними характеристиками величин, так як зустрічаються різні за фізичною природою величини, що мають однакові розмірності. Прикладами таких величин є робота і момент сили, сила струму і магніторухійна сила та ін. Однак поняття про розмірності досить корисне при перевірці правильності складних розрахункових формул і для з'ясування залежності між величинами (аналіз розмірностей).

Позасистемні одиниці вимірювання.

Міжнародна система одиниць і самі одиниці склалися століттями, при цьому виникали певні традиції і звички. Так, на всіх морських судах швидкість руху вимірюють у вузлах (1 вузол дорівнює 1 морській милі на годину), для вимірювання місткості нафти в США застосовується барель (1 барель = $158,988 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$), здавна виникла одиниця тиску – атмосфера. Існує багато одиниць, що не входять в Міжнародну систему та інші системи одиниць, але широко використовуються в науці, техніці, побуті. Такі одиниці називають *позасистемними*. Відповідно *системними* називають одиниці, що входять до однієї з прийнятих систем.

Відповідно до ГОСТ 8.417 позасистемні одиниці поділяють на чотири види по відношенню до системних:

- 1) допустимі до застосування нарівні з одиницями СІ, наприклад: одиниця маси – тона; плоского кута – градус, хвилина, секунда; об'єму – літр; часу – хвилина, година, доба та ін.;
- 2) допустимі до застосування в спеціальних областях, наприклад: астрономічна одиниця, парсек, світловий рік – одиниці довжини в астрономії; діоптрій – одиниця оптичної сили в оптиці; електрон-вольт – одиниця енергії в фізиці; кіловат-годину – одиниця енергії для лічильників; гектар – одиниця площі в сільському і лісовому господарстві та ін.;
- 3) тимчасово допустимі до застосування нарівні з одиницями СІ, наприклад: морська миля, вузол – у морській навігації; карат – одиниця маси в ювелірній справі; бар – одиниця тиску в фізиці та ін. Ці одиниці поступово повинні вилучатися із використання відповідно до міжнародних угод;
- 4) вилучені з використання (тобто при нових розробках застосування цих одиниць не рекомендується), наприклад: міліметр ртутного стовпа,

кілограм-сила на квадратний сантиметр – одиниці тиску; ангстрем, мікрон – одиниці довжини; ар – одиниця площі; центнер – одиниця маси; кінська сила – одиниця потужності; калорія – одиниця кількості теплоти і ін.

Кратні та часткові одиниці.

Розрізняють кратні та часткові одиниці величин. *Кратна одиниця* – це одиниця фізичної величини, в ціле число разів перевищує системну або позасистемну одиницю. Наприклад, одиниця довжини кілометр дорівнює 10^3 м, тобто кратна метру. *Частинна одиниця* – одиниця фізичної величини, значення якої в ціле число разів менше системної або позасистемної одиниці. Наприклад, одиниця довжини міліметр дорівнює 10^{-3} м, тобто є частинною.

Для зручності застосування одиниць фізичних величин СІ прийняті приставки для утворення найменувань десяткових кратних і частинних одиниць, табл. 3.

Таблиця 3 – Множники та приставки для утворення десяткових кратних і часткових одиниць та їх найменування

Множник	Приставка	Позначення приставки	
		українське	міжнародне
10^{24}	йота	Й	Y
10^{21}	зета	З	Z
10^{18}	екса	Е	E
10^{15}	пета	П	P
10^{12}	тера	Т	T
10^9	гіга	Г	G
10^6	мега	М	M
10^3	кіло	к	k
10^2	гекто	г	h
10^1	дека	да	da
10^{-1}	деци	д	d
10^{-2}	санти	с	c
10^{-3}	мілі	м	m
10^{-6}	мікро	мк	μ
10^{-9}	нано	н	n
10^{-12}	піко	п	p
10^{-15}	фемто	ф	f
10^{-18}	ато	а	a

Множник	Приставка	Позначення приставки	
		українське	міжнародне
10^{-21}	зепто	з	z
10^{-24}	иокто	й	y

Відповідно до міжнародних правил кратні та часткові одиниці площі та об'єму слід утворювати, приєднуючи приставки до вихідних одиниць. Таким чином, степені відносяться до тих одиниць, які отримані в результаті приєднання приставок. Наприклад, $1 \text{ км}^2 = 1 (\text{км})^2 = (10^3 \text{ м})^2 = 10^6 \text{ м}^2$.

2 ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧНІ РОБОТИ З ФІЗИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РОБОЧИХ ПРОЦЕСІВ ПТБІДМ

2.1 Лабораторно-практична робота 1

Система одиниць фізичних величин

Мета роботи: вивчення існуючих систем фізичних величин, розмірностей основних і похідних величин, методів їх вимірювання та придбання навичок позначення величин по результатам їх вимірювання та перетворення.

2.1.1 Поняття фізичної величини та її одиниці вимірювання

Предмети і явища навколишнього світу характеризуються різними властивостями, які можуть проявлятися в більшій чи меншій мірі і, отже, можуть бути кількісно оцінені. Для кількісного опису різних властивостей процесів і фізичних тіл застосовується поняття фізичної величини.

Під *фізичною величиною* розуміють одну з властивостей фізичного об'єкта (фізичної системи, явища або процесу), загальне в якісному відношенні для багатьох фізичних об'єктів, але в кількісному відношенні індивідуальне для кожного з них. Так, усі тіла мають масу, температуру, але для кожного з них ці властивості різні. Те ж саме можна сказати і про інші величини – електропровідність, міцність, потік випромінювання тощо.

Зазвичай, говорячи про вимірювання, мають на увазі вимірювання фізичних величин, тобто величин, властивих матеріальному світу. Ці величини вивчають у природничих та технічних науках (фізиці, хімії, біології, електротехніці, теплотехніці і ін.), вони є об'єктом контролю та управління на виробництві (в металургії, машинобудуванні, приладобудуванні та ін.). Наприклад, об'єктом вимірювань може бути діаметр вала, кількість продукту, швидкість течії рідини по трубопроводу, вміст легуючих компонентів в сплаві, температура розплаву і т.д. Для більш детального вивчення фізичних величин їх класифікують на групи (рис. 3).



Рисунок 3 – Класифікація фізичних величин

1. **За приналежністю до різних груп фізичних явищ** фізичні величини діляться на просторово-часові, механічні, теплові, електричні та магнітні, акустичні, світлові, фізико-хімічні та ін.

2. **За ступенем умовної незалежності від інших величин** фізичні величини поділяють на основні та похідні. В даний час в Міжнародній системі одиниць використовують сім величин, вибраних в якості основних (незалежних одна від іншої): довжина, час, маса, температура, сила електричного струму, кількість речовини і сила світла. Решта величини, такі як густина, сила, енергія, потужність та інші є похідними (тобто залежними від інших величин).

3. **За наявністю розмірності** фізичні величини ділять на розмірні, тобто мають розмірність і безрозмірні.

Розмір фізичної величини характеризує кількісний вміст властивості в кожному об'єкті. *Значення* фізичної величини – визначає розмір у вигляді деякого числа прийнятих для неї одиниць вимірювань. Наприклад 0,001 км; 1 м; 100 см; 1000 мм – чотири варіанти представлення одного і того ж розміру величини, у даному випадку довжини.

Числове значення фізичної величини – це число, що виражає відношення значення величини до відповідної одиниці вимірювання.

Одиниця вимірювання являє собою величину фіксованого розміру, якій умовно присвоєно числове значення, що дорівнює 1, і застосовуване для кількісного вираження однорідних з нею фізичних величин. Одиниця

вимірювання може належати будь-якій системі одиниць або бути позасистемною чи умовною.

Очевидно, що числове значення величини безпосередньо залежить від обраної одиниці вимірювання. Одиниці однієї і тієї ж величини можуть відрізнятися за своїм розміром, наприклад метр, фут і дюйм, будучи одиницями довжини, мають різний розмір: $1 \text{ фут} = 0,3048 \text{ м}$, $1 \text{ дюйм} = 0,0254 \text{ м}$.

Таким чином, для того щоб виміряти яку-небудь фізичну величину, тобто визначити її значення, необхідно зіставити (порівняти) її з одиницею вимірювання цієї величини, і визначити, у скільки разів вона більша чи менша одиниці вимірювання. У даний час встановлено наступне визначення процесу вимірювання:

вимірювання – це знаходження значення фізичної величини дослідним шляхом за допомогою спеціальних технічних засобів. Усякий раз, коли ведуть вимірювання, знаходять яку частину одиниці або ціле число одиниць складає вимірювана величина.

Іншими словами, вимірювання є фізичним експериментом, проведеним за допомогою засобів вимірювань. Без фізичного експерименту немає і вимірювання. Засновник російської метрології Д. І. Менделєєв писав: «Наука починається с тех пор, как начинают измерять; точная наука не мыслима без меры». Визначення поняття «вимірювання», дане видатним філософом П. А. Флоренским («Техническая энциклопедия» 1931 р.): «Измерение – основной познавательный процесс науки и техники, посредством которого неизвестная величина количественно сравнивается с другою, однородною с нею и считаемою известной».

Числові значення вимірюваних величин залежать від того, які використовуються одиниці вимірювання. Вибір одиниць має велике значення для забезпечення порівнянності результатів вимірювань; допустити свавілля у виборі одиниць – означає порушити єдність вимірювань. Саме тому в більшості країн світу розміри одиниць вимірювань закріплені законодавчо. В Україні відповідно до Закону «Про забезпечення єдності вимірювань» допускаються до застосування одиниці Міжнародної системи одиниць.

Одиниця вимірювання – це деяка модель, відповідно до якої певний розмір фізичної величини прийнятий за одиницю відповідно до угоди і встановлений законом. Крім того, ця модель реалізована в засобі вимірювання, яке її зберігає і передає всім іншим, що використовують дану одиницю, засобам вимірювань. Такий процес формування, зберігання і використання одиниць фізичних величин склався в останні два століття.

Вимірювання значуще лише тоді, коли за його результатом можна оцінити істинне значення величини. При аналізі вимірювань слід чітко розрізняти ці два поняття: істинне значення фізичної величини та його емпіричний прояв – результат вимірювання.

Будь-який результат вимірювань містить похибку внаслідок недосконалості засобів і методів вимірювань, впливи зовнішніх умов та

інших причин. Істинне значення вимірюваної величини залишається невідомим. Його можна представити лише теоретично. Результат вимірювання величини лише в більшій чи меншій мірі наближається до її істинного значення, тобто представляє його оцінку. Детальніше це розглядатиметься при вивченні «Похибки вимірювань».

2.1.2 Шкали вимірювань

Шкала вимірювання є вихідною основою для вимірювань даної величини. Вона являє собою впорядковану сукупність значень величини.

Практична діяльність призвела до формування різних видів шкал вимірювань фізичних величин, основними з яких є чотири.

1. **Шкала порядку (рангів)** являє собою ранжований ряд – впорядковану за зростанням або спаданням послідовність величин, що характеризують досліджувану властивість. Вона дозволяє встановити відношення порядку за зростанням або спаданням величин, але немає можливості оцінки, у скільки разів (або на скільки) більша або менша одна величина в порівнянні з іншою. У шкалах порядку в низці випадків може існувати нуль (нульова відмітка), принциповим для них є відсутність одиниці вимірювань, тому що її розмір неможливо встановити, в цих шкалах над величинами не можна проводити математичні операції (множення, сумування).

Прикладом шкали порядку є шкала Мооса для визначення твердості тіл. Це шкала з реперними точками, яка містить 10 опорних (реперних) мінералів з різними умовними числами твердості. Прикладами таких шкал також є шкала Бофорта для вимірювання сили (швидкості) вітру і шкала землетрусів Ріхтера (сейсмічна шкала).

2. **Шкала інтервалів (різниць)** відрізняється від шкали порядку тим, що для вимірюваних величин запроваджуються не лише відношення порядку, а й сумування інтервалів (різниць) між різними кількісними проявами властивостей. Шкали різниць можуть мати узгоджені умовні нулі-репери та одиниці вимірювань. За шкалою інтервалів можна визначити, на скільки одна величина більша чи менша іншої, але не можна сказати у скільки разів. За шкалами інтервалів вимірюють час, відстань (якщо невідомо початок шляху), температуру за Цельсієм і т.д.

Шкали інтервалів є більш досконалішими, ніж шкали порядку. У цих шкалах над величинами можна проводити адитивні математичні операції (додавання і віднімання), але не можна – мультиплікативні (множення і ділення).

3. **Шкала відношень** описує властивості величин, для яких можна застосувати відношення порядку, сумування інтервалів і пропорційності. У цих шкалах існує природний нуль і за узгодженням встановлюють одиницю вимірювань. Шкала відношень служить для представлення результатів вимірювань, отриманих відповідно до основного рівняння вимірювань (1.1) шляхом експериментального порівняння невідомої

величини Q з її одиницею $[Q]$. Прикладами шкали відношень є шкала маси, довжини, швидкості, термодинамічної температури.

Шкала відношень є найдосконалішою і найбільш поширеною з усіх вимірювальних шкал. Це єдина шкала, за якою можна встановити значення вимірюваного розміру. На шкалі відношень визначені будь-які математичні операції, що і дозволяє вносити в показники, нанесені на шкалу, мультиплікативні і адитивні поправки.

4. **Абсолютна шкала** має всі ознаки шкали відношень, але додатково в ній існує природне однозначне визначення одиниці вимірювань. Такі шкали використовують для вимірювань відносних величин (коефіцієнти підсилення, ослаблення, корисної дії, відбивання, поглинання, амплітудної модуляції і т.д.). Низці таких шкал притаманні межі, укладені між нулем і одиницею.

Шкали інтервалів і відношень об'єднують терміном «метричні шкали». Шкалу порядку відносять до умовних шкал, тобто до шкал, в яких не визначена одиниця вимірювання й іноді називають неметричною. Абсолютні та метричні шкали відносять до розряду лінійних. Практична реалізація шкал вимірювань здійснюється шляхом стандартизації як самих шкал і одиниць вимірювань, так і, в необхідних випадках, методів і умов їх однозначного відтворення.

Правила написання позначень одиниць.

Найменування, позначення і правила написання одиниць величин, а також правила їх застосування на території України встановлює Уряд України. Характеристики і параметри продукції, що постачається на експорт, можуть бути виражені в інших одиницях вимірювання, встановлених споживачем.

Основні правила, якими слід керуватися при написанні позначень одиниць.

1. Позначення одиниць розміщують за числовими значеннями величин і в рядок з ними (без переносу на наступний рядок). В позначеннях крапку як знак скорочення не ставлять, наприклад:

10 км (а не 10 км.), 2 с (а не 2 с.).

2. Між останньою цифрою числа та позначенням одиниці залишають пропуск (пробіл), наприклад:

20 °С (а не 20°С або 20° С), 99 % (а не 99%), 220 В (а не 220В).

Винятки становлять позначення у вигляді знака, піднятого над рядком, перед якими пропуск (пробіл) не залишають, наприклад:

20°10'35".

3. При вказуванні значень величин з граничними відхиленнями числові значення з граничними відхиленнями розміщують в дужках і позначення одиниць – за дужками або проставляють позначення одиниці за числовим значенням і її граничним відхиленням, наприклад:

20,0 кг ±0,1 кг або (5,5±0,2) г.

4. Позначення одиниць поруч з формулами, що виражають

залежності між величинами, не допускається (тобто пояснення позначень величин до формул даються нижче), наприклад:

$$v = 3,6 \frac{S}{t},$$

де v – швидкість, км/год;

S – шлях, км;

t – час, год.

5. Буквені позначення одиниць, що входять у добуток, розділяються крапками на середній лінії, наприклад:

Н·м; с·А; Па·с (а не Нм; с×А; Па с).

6. У позначення одиниць, утворених діленням, застосовується одна горизонтальна або коса риска, наприклад:

$$\text{Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{К}) \text{ або } \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}.$$

Допускається також запис $\text{Вт} \cdot \text{м}^{-2} \cdot \text{К}^{-1}$.

7. Позначення одиниць, назви яких утворені за прізвиськами вчених, слід писати з великої (заголовної) літери, наприклад:

220 В, 25 мА, 50 Гц, 10^{-12} Гр.

Більш повний перелік правил написання позначень одиниць приведений в ГОСТ 8.417.

ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ 1

1. Виведіть розмірність фізичних величин:

Варіант	Фізична величина	
1	ПРИСКОРЕННЯ	ЕЛЕКТРИЧНА НАПРУГА
2	КУТОВА ШВИДКІСТЬ	НАПРУЖЕНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ
3	ТИСК	ЕЛЕКТРИЧНА НАПРУГА
4	ГУСТИНА	ЕЛЕКТРИЧНИЙ ОПІР
5	ІМПУЛЬС СИЛИ	ЕЛЕКТРИЧНИЙ ЗАРЯД
6	ІМПУЛЬС	ЕЛЕКТРИЧНА ЄМНІСТЬ
7	РОБОТА	МАГНІТНИЙ ПОТІК
8	ПОТУЖНІСТЬ	ЕЛЕКТРИЧНИЙ ОПІР
9	КІНЕТИЧНА ЕНЕРГІЯ	ЕЛЕКТРИЧНА НАПРУГА
10	МОМЕНТ СИЛИ	ГУСТИНА СТРУМУ
11	КІЛЬКІСТЬ ТЕПЛОТИ	ЕЛЕКТРИЧНА ПРОВІДНІСТЬ
12	МОМЕНТ ІНЕРЦІЇ	ЕЛЕКТРИЧНА ЄМНІСТЬ

13	МОМЕНТ ІМПУЛЬСУ	ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ
14	ВАГА ТІЛА	МАГНІТНИЙ ПОТІК
15	ПОТЕНЦІАЛЬНА ЕНЕРГІЯ	ЕНЕРГІЯ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ
16	СИЛА ТЯЖІННЯ	ЕЛЕКТРИЧНА ПРОВІДНІСТЬ
17	ШВИДКІСТЬ	ЕЛЕКТРИЧНИЙ ОПІР
18	КУТОВЕ ПРИСКОРЕННЯ	ГУСТИНА СТРУМУ
19	КОНЦЕНТРАЦІЯ	ЕЛЕКТРИЧНИЙ ЗАРЯД
20	СИЛА	НАПРУЖЕНІСТЬ ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

2. Виразіть наступні результати вимірювання фізичної величини в одиницях Міжнародної системи одиниць:

Варіант	Результати вимірювання величин				
1	760 мм рт. ст.	15 л	2 г/см ³	100 км/год	55 т/год
2	20 г/л	90°	50 км/добу	6 л/год	15 об/год
3	90 км/год	5 т/год	2 об/хв	120°	10 мм рт. ст.
4	1,6 л/год	180 об/год	200 га	100 мм рт. ст.	3,8 г/л
5	8 л/год	100 к.с.	30 км/добу	70 га	25 °С
6	3,5 ккал	740 мм рт. ст.	1,8 л/хв	2 г/см ³	100 км/год
7	20 км/сут	2,6 л/год	150 об/год	200 га	10 мм рт. ст.
8	20 г/см ³	50 км/год	1,5 т/год	4 об/хв	100 кал
9	45°	40 мм рт. ст.	7 л/хв	5 г/см ³	80 км/год
10	10 мм рт. ст.	3 г/л	45°	50 км/добу	16 л/год
11	100 кал	770 мм рт. ст.	20 л/хв	200 г/км ³	50 км/міс.
12	100 км/год	5 т/хв	2 об/с	135°	700 мм рт. ст.
13	760 мм рт. ст.	15 л/хв	200 г/мм ³	1000 км/год	5 т/год
14	360°	40 мм рт. ст.	70 л/хв	5 г/см ³	80 км/міс
15	50 км/год	10 т/год	4 об/хв	20°	50 мм рт. ст.
16	5 кал	50 мм рт. ст.	40 л/добу	200 мг/м ³	100 км/год
17	60 мм рт. ст.	15 мг/л	2 г/см ³	10 км/год	90 т/хв
18	270°	200 га	7 л/хв	5 г/мм ³	800 км/год
19	80 км/год	500 л/год	10 об/год	90°	2 мм рт. ст.
20	5 ккал	80 мм рт. ст.	7 дал/хв	2 кг/га	100 км/хв

3. Запишіть результати вимірювання фізичної величини,

використовуючи приставку для позначення кратних і частинних одиниць (відмітьте не рекомендовані до використання):

Варіант	Результати вимірювання величин				
1	$2 \cdot 10^4$ м	$34 \cdot 10^6$ А	$5 \cdot 10^{-18}$ Гц	$3,4 \cdot 10^{-1}$ Н	$4 \cdot 10^{-10}$ м ³
2	$4 \cdot 10^{-1}$ Г	$4 \cdot 10^{-6}$ м ³	$4 \cdot 10^{-18}$ Г	$5 \cdot 10^{-12}$ Ф	$6 \cdot 10^6$ Дж
3	$8 \cdot 10^{12}$ Гц	$2 \cdot 10^9$ м ³	$5 \cdot 10^{-12}$ Ф	$7 \cdot 10^6$ Дж	$4 \cdot 10^{-21}$ Г
4	$5 \cdot 10^{-12}$ Ф	$6 \cdot 10^{24}$ хв	$4 \cdot 10^{12}$ кД	$15 \cdot 10^{-12}$ Ф	$3 \cdot 10^9$ Дж
5	$1,8 \cdot 10^{12}$ Па	$1,5 \cdot 10^{-9}$ Кл	$2,3 \cdot 10^{15}$ Вб	$5 \cdot 10^{-18}$ Гц	$3,4 \cdot 10^{-1}$ м
6	$5 \cdot 10^{-2}$ Ом	$14 \cdot 10^{-6}$ Гц	$5 \cdot 10^{-1}$ м	$3 \cdot 10^9$ Дж	$4 \cdot 10^{15}$ кД
7	$4 \cdot 10^2$ Г	$7 \cdot 10^{15}$ Дж	$3 \cdot 10^6$ В	$5 \cdot 10^{-18}$ Гц	$3 \cdot 10^2$ Н
8	$8 \cdot 10^{12}$ Гц	$6 \cdot 10^{21}$ Дж	$4 \cdot 10^{12}$ кД	$15 \cdot 10^{-12}$ Тл	$1,4 \cdot 10^{-3}$ А
9	$5 \cdot 10^2$ Па	$14 \cdot 10^{-9}$ А	$3 \cdot 10^{12}$ Дж	$6 \cdot 10^9$ м ³	$5 \cdot 10^{-12}$ Ф
10	$5 \cdot 10^{-15}$ Ом	$4 \cdot 10^{-6}$ Т	$5 \cdot 10^{-21}$ Кл	$3 \cdot 10^6$ м ²	$9 \cdot 10^{12}$ с
11	$4 \cdot 10^{-12}$ м ²	$5 \cdot 10^{-6}$ м ³	$4 \cdot 10^{-19}$ с	$5 \cdot 10^{-2}$ Ф	$6 \cdot 10^{-7}$ Кл
12	$8 \cdot 10^{10}$ Н	$6 \cdot 10^{22}$ См	$4 \cdot 10^2$ кД	$15 \cdot 10^{-13}$ Ф	$1,4 \cdot 10^{-9}$ м ³
13	$5 \cdot 10^{-20}$ См	$4 \cdot 10^{-7}$ Гц	$5 \cdot 10^{-1}$ м	$3 \cdot 10^8$ Т	$8 \cdot 10^{15}$ Т
14	$4 \cdot 10^{-1}$ м	$8 \cdot 10^{-6}$ м ³	$4 \cdot 10^8$ Г	$5 \cdot 10^{-16}$ Ф	$6 \cdot 10^5$ Дж
15	$2,5 \cdot 10^{10}$ Гц	$6 \cdot 10^{27}$ Па	$20 \cdot 10^{10}$ кД	$1,5 \cdot 10^{-11}$ Ф	$1,4 \cdot 10^{-8}$ м ³
16	$8 \cdot 10^{11}$ м ³	$6 \cdot 10^{23}$ В	$4 \cdot 10^{12}$ кД	$12 \cdot 10^{-12}$ Ф	$15 \cdot 10^{-4}$ кг
17	$2,5 \cdot 10^{-3}$ Ом	$10 \cdot 10^{-5}$ хв	$7 \cdot 10^{-4}$ м	$9 \cdot 10^9$ Дж	$4 \cdot 10^{18}$ кД
18	$4 \cdot 10^{-7}$ м	$4 \cdot 10^{-8}$ м ³	$7 \cdot 10^8$ Г	$5 \cdot 10^{-13}$ Ф	$2 \cdot 10^{26}$ Дж
19	$8 \cdot 10^{16}$ Гц	$7 \cdot 10^{21}$ Дж	$4 \cdot 10^{-12}$ Н	$1,5 \cdot 10^{-13}$ Ф	$16 \cdot 10^{-23}$ Тл
20	$5,5 \cdot 10^{-13}$ Ом	$40 \cdot 10^{-7}$ Гц	$5 \cdot 10^{-6}$ м ²	$6 \cdot 10^{10}$ Дж	$6 \cdot 10^{17}$ Вт

4. Запишіть правильно наступні значення фізичної величини:

Варіант	Значення величин					
1	150кВт	90° С	50±1 В	95 Нм	110 Вт/м ² /К	210 °К
2	50 м/с	127В	95 Нм/с ⁻¹	110 Ват/м ² /К	100 ° С	50 В ±1
3	5 м/сек	273 °К	100Ам	50±5 гр.	90 км/год	9°,46
4	100° К	110 В/м ² /К	95 Н·м/с ⁻¹	10 Ам.	100° К ± 5	110В/м ² /К·с
5	50±5 мкм	5 Н·м/сек ⁻¹	90 км/ГОД	1°,46	10 мм. рт.ст.	5 сек
6	100 ° С	110В/м ² /К	50±0,5 м.	10 мм. рт. ст.	5 Н·м/сек ⁻¹	50±0,5 Ам

Варіант	Значення величин					
	7	90 км/год	10 ° С	5 сек ⁻¹	50±0,5 м.	110В/м ² /К ⁻¹
8	50 Н·м/сек ⁻¹	10 ° С/год	40 км/год	5 Н·метр/с ⁻¹	5 секунд	5 В/с
9	220 м ² кг/с ³ /А.	50,0±0,5 м	110Вт/м ² /К	109 ° С	98 Н·м/сек ⁻¹	3 Джоуль/кг·°С
10	100 ° С	70 км/год	10В/м ² ·К	90 км./г.	5 Нм	50 Н·м/сек ⁻¹
11	5 км/сек	273 °К	100Ам	150±5 гр.	90 км на год	9°,46
12	100° К±5	120 В/м ² /К	9 Н·м/с ⁻¹	10 Амп.	100 °	110В/м ² /К·с
13	50±5 мк м	5 Н·м/сек ⁻¹	90 км/год	1°,4 '	10 мм. рт.ст.	5 сек
14	100 ° С	110В/м ² /К	50±0,5 м.	10 мм. рт. ст.	5 Н·м/сек ⁻¹	50±0,5 Ам
15	80 км/год	10 ° С	5 сек ⁻¹	50±0,5 м.	110В/м ² /К ⁻¹	5 м/с ²
16	50 Н·м/сек ⁻¹	10 ° С/год	40 км/год	5 Н·метр/с ⁻¹	5 секунд	5 В/с
17	220 м ² кг/с ³ /А.	50,0±0,5 м	110Вт/м ² /К	109 ° С	98 Н·м/сек ⁻¹	3 Джоуль/кг·°С
18	100 ° С	70 км/год	10В/м ² ·К	90 км./г.	5 Нм	50 Н·м/сек ⁻¹
19	100КВт/хв	90 ° С	50±1 В	95 Нм	220 Вт/м ² /К	210 °К
20	50 м/с	127В	95 Нм/с ⁻¹	110 Ватт/м ² /К	100 ° С	50 В ±1

2.2 Лабораторно-практична робота 2

Основи фізичного моделювання ґрунтів та експериментальні дослідження їх фізико-механічних властивостей

Мета роботи: розробка фізичної моделі ґрунту для дослідження фізико-механічних характеристик в лабораторних умовах, та проведення експериментальних досліджень на моделях.

2.2.1 Фізико-механічні властивості будівельних матеріалів та їх компонентів

Для виробництва будівельних матеріалів і виробів застосовують рідини, суспензії, сипкі матеріали та тверді тіла. У результаті взаємодії цих та інших компонентів під впливом робочих параметрів машин утворюються бетонні суміші, розчини, бетон, цегла, керамічні камені й т. ін. Якщо бетонні суміші, розчини, суспензії є вихідними робочими середовищами, то бетон, керамічні вироби, лінолеум, теплоізоляційні матеріали – це кінцевий продукт технологічних процесів створення будівельних матеріалів і виробів.

Так, бетонна суміш – це раціонально підібрані й змішані такі компоненти, як в'язучі, заповнювачі та вода і, за потребою, хімічні добавки. У результаті хімічної реакції в'язучого з водою утворюється клей, що скріплює заповнювачі між собою. Після видалення з такої суспензії залишків води і повітря через деякий час утворюється будівельний матеріал бетон. Якість його (чи іншого якогось матеріалу) значною мірою залежить від типу в'язучого, фізико-механічних властивостей компонентів матеріалу, параметрів робочого процесу й характеру взаємодії робочого органу машини з оброблюваним середовищем.

В'язучі речовини бувають неорганічні (цемент, вапно, гіпс) та органічні (бітуми, дьогті). Змішані з водою неорганічні в'язучі тужавіють, переходячи з тістоподібного стану в каменеподібний.

Неорганічні в'язучі, у свою чергу, поділять на повітряні та гідравлічні. Повітряні це такі, які тверднуть і зберігають свою міцність тільки на повітрі (повітряне вапно, гіпс тощо), гідравлічні спроможні тверднути, довго зберігати й підвищувати міцність не тільки на повітрі, а й у воді (різні види цементу, гідравлічне вапно тощо).

Для виробництва залізобетонних виробів застосовують неорганічні гідравлічні в'язучі, головними з яких є портландцемент, шлакопортландцемент, пуцолановий портландцемент, а також їхні різновиди. Портландцемент одержують рівномірним випалюванням до спікання при температурі $t = 1450^{\circ}\text{C}$ природних вапнякових мертелів або штучних

сумішей вапняку і глини з наступним тонким помелом продукту випалювання – клінкеру.

Інші цементи отримують подібним методом за наявності спеціальних добавок залежно від необхідності одержання конкретного типу цементу.

Фізико-механічні властивості компонентів різних сумішей, як і самих розчинів, характеризуються фізичним станом і механічними властивостями.

Ознаками фізичного стану матеріалів є гранулометричний склад, щільність, пористість, рухомість і жорсткість. Ознаками механічних властивостей є міцність, опір стиску, розтягу, згину, зсуву, крихкість, абразивність.

Гранулометричний, або зерновий, склад заповнювачів (щебеню, гравію, піску) сумішей визначають ситовим аналізом. Так, при визначенні складу піску його просіюють крізь стандартний набір сит, які мають отвори 5; 2,5; 1,25; 0,63; 0,31 і 0,14 мм. Сита встановлюють одне над одним, починаючи з найменшого, крізь них пропускають певну кількість висушеного піску. Залишок на кожному ситі визначають у відсотках від повної наважки проби і називають частковим залишком. Повним залишком на кожному ситі називають суму часткових залишків на даному ситі й на всіх вище розташованих.

Щодо щебеню, то його гранулометричний склад визначають подібним способом з отворами сит 5, 10, 15, 35, 40 мм крупності кусків до 40 мм; при крупності 100 мм застосовують сита з кроком 10 мм, при цьому обов'язкові сита з отвором 5 мм. Залежно від крупності передбачено такі фракції щебеню, що використовуються в будівництві: крупний – 40...70 мм, середній – 20...40 мм, дрібний – 10...20 мм, клинець – 5...10 мм, відсів – менше 5 мм.

Щільність ρ визначають як співвідношення маси матеріалу m_M до його об'єму V_M : $\rho = m_M / V_M$, кг/м³. Застосовують такі поняття, як істинна і середня щільність. Істинна щільність – маса одиниці об'єму без пор, а середня – маса одиниці об'єму матеріалу з порами і мікротріщинами. За показниками середньої щільності заповнювачі розчинів і бетонних сумішей поділяють на важкі (середня щільність понад 2500 кг/м³) і легкі (середня щільність понад 1000 кг/м³). Важкі заповнювачі використовують для виготовлення важких бетонів ($\rho = 2200...2400$ кг/м³), а легкі заповнювачі – для виготовлення легких бетонів (800... 1200 кг/м³). Легкі заповнювачі – це, як правило, пористі матеріали, що можуть бути природними і штучними. До природних належать щебінь і пісок з пемзи і вулканічного туфу, пористих вапняків, вапнякових туфів та ін.

Штучні пористі заповнювачі виготовляють спеціально або використовують відходи промисловості, наприклад паливні шлаки.

У наш час найбільше використовують керамзитовий гравій, аглопоритовий щебінь і пісок, гранульований шлак.

Керамзитовий гравій і пісок – матеріал округлої форми, який одержують в обертових циліндричних печах внаслідок спучення у процесі випалювання гранул з легкоплавкої глини. Щебінь і пісок з пористого металургійного шлаку (шлакова пемза або термозит) утворюються завдяки особливому режиму охолодження розплавлених шлаків.

Аглопоритовий щебінь і пісок виготовляють спіканням глинистої породи і відходів видобування, переробки та спалювання кам'яного вугілля на агломераційних ґратах з наступним подрібненням.

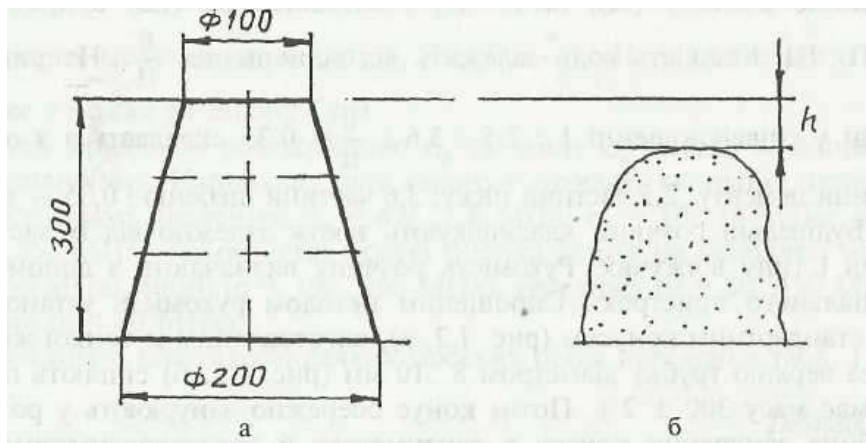
Гранульований шлак одержують швидким охолодженням водою розплавів металургійних шлаків.

Пористість матеріалу характеризує кількість пор і мікротріщин на одиницю об'єму матеріалу, %:

$$V_{II} = \frac{1 - \rho_c}{\rho_i} \cdot 100\%,$$

де ρ_c і ρ_i – відповідно середня та істинна щільність матеріалу.

Рухомість і жорсткість розчинів і сумішей – важливі характеристики, які визначають зручність укладання сумішей у форму чи опалубку, де здійснюється процес їх ущільнення. Рухомість спрощеним методом визначають з допомогою конуса (рис. 4, а), в який трьома шарами укладають бетонну суміш. Потім конус знімають і за різницею висот (рис. 4, б) у сантиметрах визначають показаних рухомості. Якщо суміш не осідає, то її зручність укладання оцінюють з допомогою спеціального віскозиметра.



а – конус із сумішшю; б – суміш після зняття конуса

Рисунок 4 – Оцінка рухомості бетонної суміші спрощеним методом

Спрощений метод визначення жорсткості полягає у такому. На лабораторний вібромайданчик встановлюють і кріплять форму розмірами 200x200x200 мм. У форму встановлюють конус від віскозиметра і заповнюють його бетонною сумішшю. Потім конус обережно знімають,

вмикають одночасно вібромайданчик і секундомір. Той час у секундах, за який суміш займе кути форми, а її поверхня стане горизонтальною, і є жорсткість бетонної суміші (табл. 4).

Таблиця 4 – Класифікація бетонних сумішей

Позначення		Умовна назва	Жорсткість, с	Рухомість, см
українське	міжнародне			
Ж4	V_3	Особливо жорстка	>31	–
Ж3	V_2	Підвищено жорстка	30...21	–
Ж2	V_1	Жорстка	20...11	–
Ж1	V_0	Малорухома	10...5	–
П1	S_1	Рухома	–	1...4
П2	S_2	Пластична	–	5...9
П3	S_3	Дуже пластична	–	10...15
П4	S_4	Лита	–	>16

Використання тієї чи іншої бетонної суміші залежить від конкретних умов її застосування в будівництві. Взагалі суміш добирають за масою цементу (Ц), піску (П) і заповнювачів (Щ) в пропорції Ц:П:Щ. Кількість води залежить від відношення – $\frac{B}{Ц}$. Наприклад, суміш у співвідношенні

1:2,5:3,6 і $\frac{B}{Ц} = 0,35$ складається з однієї частини цементу; 2,5 частини піску; 3,6 частини щебеню і 0,35 – води.

Будівельні розчини класифікують також залежно від їх застосування і типу в'язучих. Рухомість розчину визначають з допомогою спеціального пристрою. Спрощеним методом рухомість установлюють стандартним конусом (рис. 5, а), виготовленим із тонкої жерсті. Через верхню трубку діаметром 8... 10 мм (рис. 5, б) сиплюють пісок, що має масу 300 ± 2 г. Потім конус обережно занурюють у розчин. Глибина занурення конусу в сантиметрах й характеризуватиме рухомість розчину.

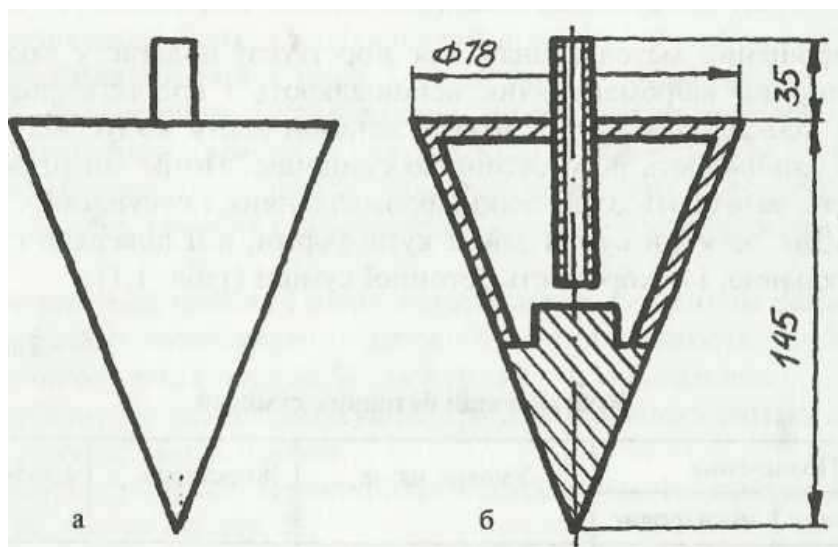
Міцність – це здатність матеріалу чинити опір деформації та руйнуванню від дії сил, що виникають під впливом робочих органів машин.

Найбільш поширеною та універсальною оцінкою механічних властивостей матеріалів є границя міцності при стисненні, Па:

$$\sigma_{cm} = \frac{F}{S},$$

де F – зусилля, Н;

S – початкова площа поперечного перерізу, м².



а – загальний вигляд; б – розріз

Рисунок 5 – Конус для визначення рухомості розчину спрощеним методом

Характер і величина деформації є матеріалу під дією зовнішніх сил залежить від пружності матеріалу, що деформується.

Коефіцієнт пропорційності між границею міцності при стисненні та деформацією називається модулем пружності E , Па:

$$E = \frac{\sigma_{ст.}}{\varepsilon}$$

Це відношення справедливе у межах дії закону Гука.

Опір матеріалів розтягуванню σ_p та згину σ_z значно менший за опір стисненню σ_c . Наприклад, для такого матеріалу, як граніт, границі міцності мають значення: $\sigma_p = 4,9...7,8$ МПа; $\sigma_z = 10...14$ МПа; $\sigma_c = 50...250$ МПа. За міцністю гірські породи ділять на особливо міцні ($\sigma > 250$ МПа), міцні ($\sigma = 150...250$ МПа), середньої ($\sigma = 80...150$ МПа) та малої ($\sigma < 80$ МПа).

Механічні властивості деяких гірських порід наведені в табл. 5.

Таблиця 5 – Фізико-механічні властивості гірських порід

Порода	Середня щільність ρ , кг/м ³	Границя міцності при стисненні σ_c , МПа	Модуль пружності (статичний) E , МПа
Базальт	3000...3300	300...400	43900
Габро	2900...3200	100...300	71100
Граніт	2500...2800	50...250	46000
Діабаз	3000...3100	300...500	73200
Піщаник	2400...2600	30...100	26000...45000

Поряд з властивостями міцності є поняття “крихкість” – властивість породи руйнуватися без помітних пластичних деформацій. Існують різні методи кількісної оцінки крихкості. Так, є методика, відповідно до якої крихкість визначається кількістю ударів гирі, що має масу 2 кг і падає кожного разу з висоти, більшої за попередню на 1 см. Таку процедуру здійснюють до повного руйнування зразка. За числом ударів, що витримує зразок до повного руйнування, породи поділяють на дуже крихкі (до 2), крихкі (2...5), в’язкі (5... 10) та дуже в’язкі (понад 10).

Абразивність – здатність матеріалу, що оброблюється, спрацьовувати робочі органи машини. Абразивність оцінюють відношенням кількості матеріалу робочого органу в грамах, що зносився, до 1 т матеріалу, який був у контакті із згаданим робочим органом машини.

Міцність і деформації шарів сумішей визначають властивостями частинок (заповнювачів) і зв’язками між частинками. Міцність частинок зумовлена внутрішньо молекулярними силами, а міцність зв’язків між частинками – щепленням. Якщо, наприклад, розглядати ущільнення бетонної суміші при виробництві будівельних виробів, то цей процес буде як результат подолання сил внутрішніх зв’язків між частинками. Тобто йдеться про визначення щеплення внутрішнього тертя між частинками. Ці механічні властивості характеризують опір зсуву, який є лінійною функцією нормального напруження по поверхні зсуву (рис. 6). Кут φ , що дорівнює куту зсуву, називають кутом внутрішнього тертя. Тангенс цього кута дорівнює коефіцієнту внутрішнього тертя суміші.

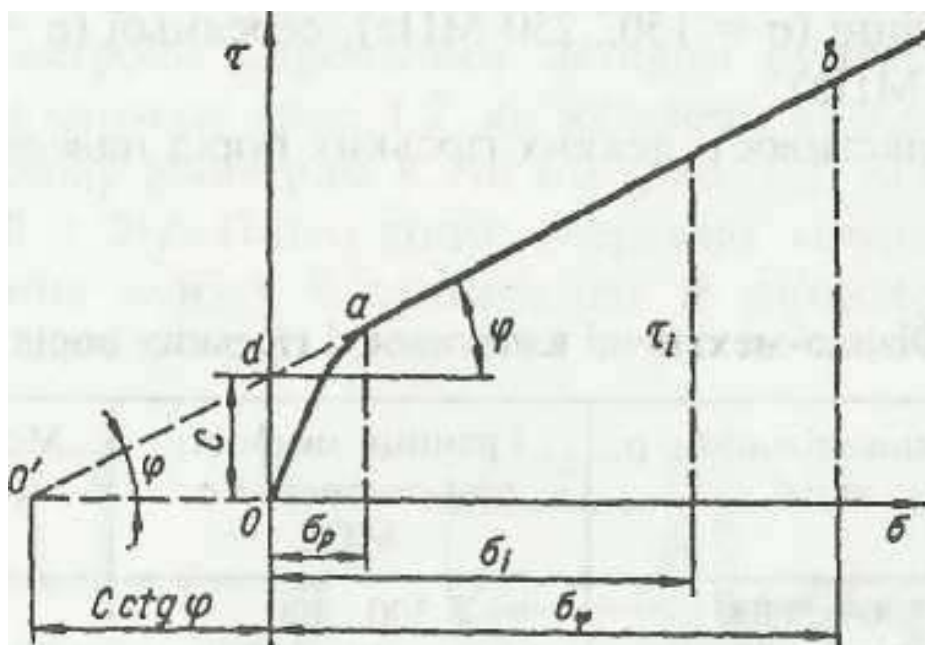


Рисунок 6 – Визначення кута внутрішнього тертя суміші

Функціональні залежності між фізико-механічними властивостями визначають математичними формулами, для отримання яких необхідно розглянути моделі робочого процесу.

2.2.2 Умови подібності ґрунтів

Використовуючи сучасні дослідження в галузі землерийних робіт та рекомендації наведені [] професорами О.М. Зеленіним та І.І. Назаренко по створенню еквівалентного матеріалу для моделювання ґрунту в якості основного параметра, що визначає подобу ґрунту по міцності, допустимо використовувати деякий умовний показник, що є функціональною залежністю від основних параметрів міцності. Відповідне умова моделювання при цьому може бути записано так

$$P = \frac{C}{\rho_G \cdot l}; C_H = C_M \cdot k_l,$$

де P – умовний показник міцності;
 ρ_G – питома вага ґрунту, кг/м^3 ;
 l – лінійний параметр зразка.

У деяких випадках немає необхідності, щоб при зміні питомої сили зчеплення ґрунту C_0 або числа ударів щільноміра. Інші параметри міцності змінювалися точно відповідно до встановлених умов фізичного моделювання. Для наближеного моделювання важливо не абсолютне значення відповідних параметрів, а той факт, що їх зміна відбувається в певній пропорції, відповідно до зміни показників міцності, прийнятих як визначальних.

Умови подібності матеріалу моделі і ґрунту в натурі при необхідності можуть бути зведені до подоби відповідних діаграм прочисти при випробуванні на зрушення, стиск, розрив і кручення. Модель середовища доцільно готувати з ґрунту того ж гранулометричного складу, що й натуральний ґрунт. Це вигідно економічно і цілком виправдало себе на практиці. Питання стабільності механічних властивостей ґрунту і гірських порід докладно розглядається в спеціальній літературі. Встановлено, що з точки зору стабільності механічних властивостей гірські породи не поступаються штучно приготовленим матеріалах. Тому застосування при фізичному моделюванні методу еквівалентних матеріалів не менше обґрунтовано, ніж експерименти з обладнанням натуральних розмірів, які отримали велике поширення. Суцільність і однорідності будови ґрунту є важливими властивостями розроблюваного масиву. Суцільність в математичному розумінні як безперервна залежність напружень від координат порушується зернистим будовою ґрунту, слоїстістю і тріщинуватістю.

Зернистість структури ґрунту накладає обмеження на лінійні розміри моделі. Розглядаючи ґрунт як зернисту структуру, необхідно, щоб при моделюванні об'єм ґрунту, що взаємодіє з ріжучою кромкою, залишався досить великим і ґрунт у ньому зберігав характерні механічні властивості матеріалу оригіналу, який розробляється обладнанням натурального розміру. Властивості такого елементарного об'єму ґрунту, його розміри накладають обмеження на лінійні розміри моделі обладнання.

Внутрішня шаруватість (мікрослоїстість) і тріщинуватість матеріалу оцінюються так само, як зернистість ґрунту. Лінійні розміри моделі робочого обладнання необхідно збільшувати настільки, щоб вплив окремого мікр шару або тріщин було неістотно. Зовнішня шаруватість (макрослоїстість) призводить до необхідності геометричного і фізичного моделювання розмірів, форми і міцності властивостей матеріалу окремих шарів, складових масив. При фізичному моделюванні робочих процесів землерийних машин необхідності у вирішенні завдань такого типу зазвичай не виникає.

Аналогічно слід розглядати при фізичному моделюванні явища, пов'язані з тріщинуватістю. Шаруватість і тріщинуватість, поряд з іншими факторами, зумовлюють анізотропію ґрунтів. При моделюванні робочих процесів землерийних машин анізотропію доцільно враховувати в окремих випадках, так як розходження в механічних властивостях або невелика, або цілком достатньо щоб моделювати матеріал за механічними властивостями одного напрямку.

Параметри, що характеризують міцність ґрунтів у природному стані, які можуть бути прийняті в якості вихідних при моделюванні, та відповідні параметри ґрунту моделі, розраховані за наведеними вище залежностей, наведені у таблиці 6.

Питання побудови моделі ґрунту, тобто зміни властивості ґрунту при фізичному моделюванні, в кожному конкретному випадку вирішується практично з урахуванням характеру поставлених завдань і особливостями будови ґрунту, які потрібно відтворити при моделюванні на базі розглянутих у роботі положень.

Ступінь точності, з якою необхідно встановлювати величину міцних показників ґрунту, значною мірою визначається характером поставлених завдань. Якщо оригінал є еталоном, то за умовами задачі завжди необхідно досліджувати роботу обладнання в заданих ґрунтових умовах. При цьому основні параметри ґрунту моделі повинні витримуватися з достатнім ступенем точності, а умови моделювання дозволяють встановити необхідні параметри моделі по заданих параметрах оригіналу.

Таблиця 6 – Основні параметри природного ґрунту (суглинку з кам'янистими включеннями) і відповідні параметри його фізичної моделі

Параметри ґрунту	C_0 , МПа	φ , град	δ , град	$10^3 \gamma_{ГН}$, кг/м ³	C , ударів
Оригінал за природної вологості	0,1	25	21	1,5-1,8	10-12, при $F=1 \text{ см}^2$
Модель ґрунту при	0,01	25	21	1,8	8, при $F=10 \text{ см}^2$
Допустимі межі змін	0,01-0,0	20-24	18-21	1,5-1,8	5-15, при $F=10 \text{ см}^2$

Для отримання моделі ґрунту за рекомендацією А.Н. Зеленіна можна використовувати ґрунт на масляній основі з процентним співвідношенням показаним на діаграмі (рисунок 7).

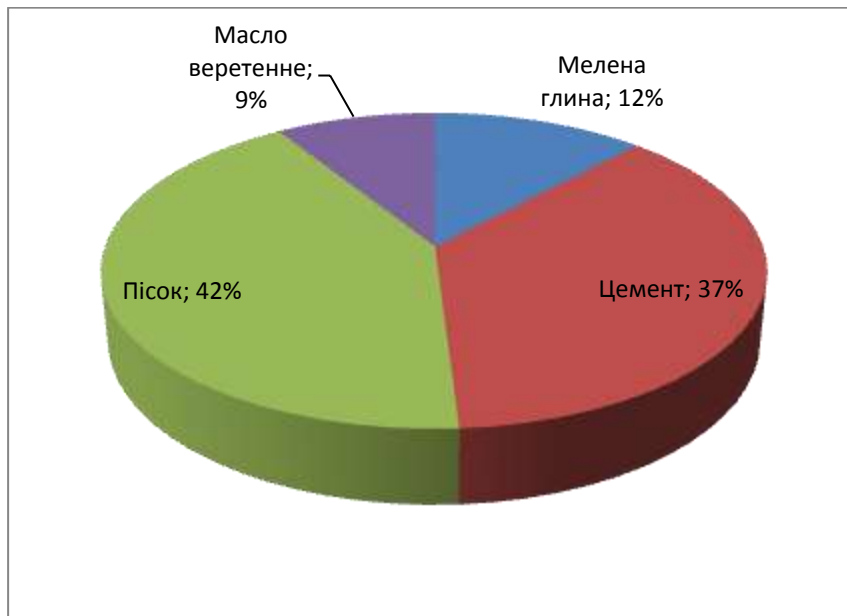


Рисунок 7 – Процентне співвідношення компонентів у ґрунті, що моделюється

2.2.3 Визначення фізико-механічних властивостей змодельованого ґрунту

Об'ємна маса ґрунту – це відношення маси ґрунту m при природній вологості до його об'єму V :

$$\gamma = \frac{m}{V}.$$

Маса 1 дм змодельованого ґрунту становить 1980 грам відповідно в одиницях СІ: $\rho = 1,98 \frac{т}{м^3} = 1980 \frac{кг}{м^3}$.

Опірність ґрунту оцінюється за кількістю ударів 3 динамічного щільноміра. За даним критерієм у відповідності за ГОСТ 9693-67 визначається категорія ґрунту (таблиця 7).

Таблиця 7 – Класифікація категорій на мерзлих ґрунтах за числом

Категорія ґрунту	I	II	III	IV
Число ударів <i>C</i>	1-4	5-8	9-16	16-34

Використовуваний динамічний щільномір (рисунок 8) простий по конструкції і надійний у використанні.

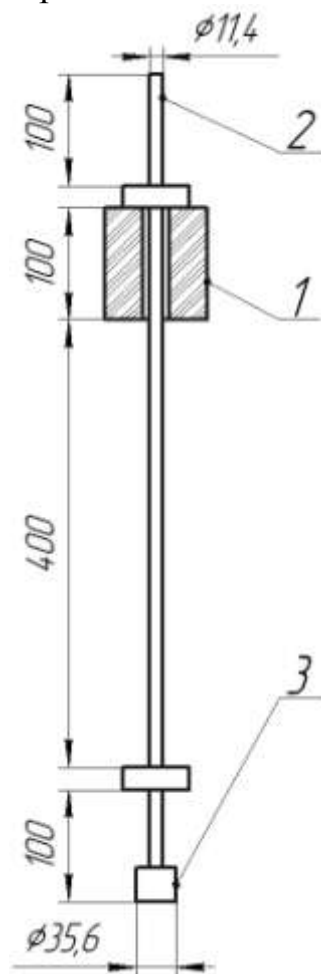


Рисунок 8 – Динамічний щільномір

Принцип дії динамічного щільноміра полягає в тому, що вантаж масою 2,5 кг (рисунок 8 поз. 1) падає з висоти $H = 0,4$ м на бортик, виробляючи за кожен удар роботу, рівну 10 Дж. Число ударів, необхідне для занурення в ґрунт плоского циліндричного наконечника на глибину $h = 10$ см, називається числом *C*. Наконечники щільноміра мають круглий

поперечний переріз діаметром 11,4 мм (рисунок 8 поз. 2) площею $F = 1 \text{ см}^2$. При роботі в особливо слабких ґрунтах (пухкому піску, на оранці тощо) один з наконечників може мати переріз 10 см^2 (рисунок 8 поз. 2). Такий наконечник занурюється на глибину $h = 10 \text{ см}$ приблизно за 10 ударів, там де наконечник з $F = 1 \text{ см}^2$ має $C = 1$.

По випробуваннях проведених динамічним щільномір середня кількість ударів на випробуваному зразку ґрунту дорівнює 12. Можна зробити висновок, що дана модель ґрунту відповідає III категорії оригіналу з масштабним коефіцієнтом $k_f = 10$.

Для визначення міцності ґрунту існує ряд лабораторних методів:

- прямого зрізу;
- тривісного стиску;
- стиснення-розтягування;
- випробування в приладі з незалежним регулюванням трьох головних напружень;
- випробування в приладі "кульковою пробі".

Майже всі землерийні машини розробляють немерзлі ґрунти методом різання, тобто пошаровим зняттям «стружки» ґрунту, а при теоретичному визначенні зусиль різання ґрунту необхідно знати C_0 і φ . Тому в наших дослідженнях зрушення є основною деформації руйнування ґрунтів. А найбільш доцільно для визначення параметрів C_0 ; φ ; δ ; τ використовувати метод прямого зрізу в якому параметрами зсуву, визначальними міцність ґрунту, є зчеплення C_0 і кут внутрішнього тертя φ , які входять у формулу Кулона:

$$\tau = C_0 + \sigma \cdot \tan \varphi,$$

де σ – нормальне напруження до майданчика зсуву.

Для визначення величин $\tan \varphi$ і C_0 ґрунту виробляється зрушення не менш ніж при трьох різних значеннях

$$\sigma = \frac{P}{F},$$

де P – вертикальне навантаження на зразок ґрунту;

F – площа зрізу зразка.

Заздалегідь підготувавши 12 зразків ґрунту по чотири на число різних тисків на зразок, $\sigma_1 = 0,1 \dots 10^6 \text{ Н/м}^2$, $\sigma_2 = 0,2 \dots 10^6 \text{ Н/м}^2$, $\sigma_3 = 0,3 \dots 10^6 \text{ Н/м}^2$. Кожен зразок переносять в прилад і навантажують до величини σ , при якій буде проводитися зрушення, потім приєднують зрушує пристрій до каретки і прикладають до неї зусилля. Досвід закінчують, коли каретка має незатухаюче в часі рух або коли вона зміститься на 5 мм. На діаграмі зсуву експерименту № 1 отримуємо криву,

максимальне значення якої і є опором зсуву. Результати експериментів зводимо в таблицю 8.

Таблиця 8 – Результати дослідження модельованого ґрунту на зрушення

σ , Н/м ²	Результати експериментальних даних			
	Експ. №1	Експ. №2	Експ. №3	Експ. №3
51000	12738	38216	54140	36623,7
25000	12738	25477	35031	25022,1
12500	6369	12738	19108	12738,4

Для визначення величин $\tan \varphi$ і C_0 за отриманими значеннями τ і σ будують залежність від τ і σ , відкладаючи по осі абсцис (рисунок 9) величини σ , а по осі ординат відповідні їм значення τ . Через нанесення досвідчені точки значень проводять пряму $\tau = C_0 + \tan \varphi$ перетину з віссю ординат. Відрізок ОА, що відсікається прямої на осі ординат, приймається рівним зчепленню C_0 . А коефіцієнт внутрішнього тертя $\tan \varphi$, як це впливає з рисунка 9,

$$\tan \varphi = \frac{\tau_2 - \tau_1}{\sigma_2 - \sigma_1},$$

де $(\tau_1; \sigma_1)$ та $(\tau_2; \sigma_2)$ – точки взяті з графіку прямої рисунок 9.

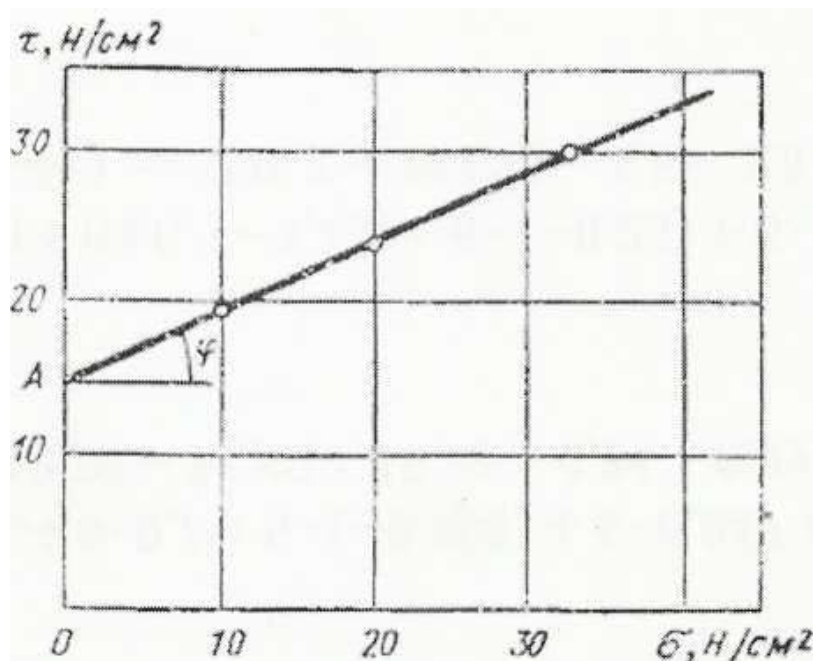


Рисунок 9 – Графік залежності $\tau = f(\sigma)$ для ґрунту, що моделюється

Експериментально визначені теоретично розраховані фізико-механічні властивості модельованого ґрунту зведені в таблицю 9.

Таблиця 9 – Результати випробувань моделі ґрунту

№ п/п	Вид результатів	C	C_0 , МПа	φ , град	δ , град	$\gamma_{ГН}$, кг/м ³
1	Експериментальні	5	0,07	11750		
2	Теоретичні	8	0,01	25	21	1800
3	Відхилення	3	0,03			

На основі проведених моделювання і випробувань ґрунтів і теоретичних та експериментально-отриманих значень можна провести порівняльний аналіз і оцінити їх відповідність існуючим класифікаціям.

ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧНОЇ РОБОТИ 2

За результатами проведених досліджень змодельованого ґрунту слід відзначити, що змодельований ґрунт відповідає натурному ґрунту визначеної категорії з фізико-механічними параметрами, які знаходяться у відповідності з механічними характеристиками наведеними у Додатку .

2.3 Лабораторно-практична робота 3

Фізичне моделювання робочого обладнання кар'єрних екскаваторів

Мета роботи: розробка фізичної моделі робочого обладнання одноківшевого екскаватора в системі «екскаватор - робочий орган - ґрунт» та проведення експериментальних досліджень на моделі з подальшою обробкою експериментальних даних.

2.3.1 Загальні відомості

Для того, щоб процеси, які виникають при копанні ґрунтів ковшами прямих механічних лопат були подібні до оригінала і моделі необхідно витримати цілий ряд вимог теорії моделювання. Умови фізичного та імітаційного моделювання робочого обладнання екскаваторів витікають із основних теорем та положень теорії подібності і до них в першу чергу можна віднести слідуєчи [1, 2].

– вибрані критерії подібності процесу копання ґрунту для моделі і оригінала повинні бути чисельно рівні;

– однойменні фізичні (технічні) параметри та системи диференціальних рівнянь за допомогою яких описується робочий процес, складені для моделі і оригінала, повинні бути відповідно пропорційні;

– процеси взаємодії робочого обладнання, з середовищем в моделі і оригіналі повинні належати до одного класу явищ і описуватись однаковою системою диференційних рівнянь;

– модель і оригінал робочого обладнання і системи в цілому повинні бути геометрично подібні;

– початкові та граничні умови, які характеризують робочий процес в моделі повинні бути подібні відповідним умовам оригінала.

З теорії подібності і розмірності відомо, що критерії подібності для досліджуваної механічної системи це є безрозмірні комплекси величин, що описують досліджуваний процес, які чисельно рівні для моделі і оригінала.

Визначення критеріїв подібності

Таким чином для процесу копання ґрунту ковшем прямої механічної лопати ми скористуємося критеріями подібності π_1, π_2, π_3 для аналогічних процесів виведених професором Баловнєвим В.І. [6]:

$$\pi_1 = \frac{M \cdot l}{W \cdot t^2}, \quad \pi_2 = \frac{C \cdot l}{W}, \quad \pi_3 = \frac{P_{01}}{\rho \cdot l^3},$$

де M – маса елементів які описані в диференційних рівняннях, кг;
 l – лінійні параметри робочого обладнання, м;
 W – опір копанню, або зусилля які діють зі сторони вибою, Н;
 C – жорсткість елементів робочого обладнання, Н/м;
 t – часова складова процесу копання, с;
 ρ – щільність ґрунту, кг/м³;
 P_{01} – дотична складова копанню, Н.

Визначення масштабних коефіцієнтів

Відповідно до теорії подібності визначимо масштабні коефіцієнти, тобто коефіцієнти відповідності параметрів моделі до оригіналу.

З урахуванням приведених залежностей та параметрів оригіналу (стосовно ЕКГ-5Н, конструктивна схема наведена на рис. 3.8, технічні характеристики наведено у табл. 10) та моделі, розробленою на кафедрі ПТМ визначимо масштаби наближеного фізичного моделювання процесу копання ґрунту ковшем кар'єрного екскаватора з урахуванням перехідних формул. Дані зведені до таблиці 11.

Таблиця 10 – Параметри ЕКГ-5

Параметри	ЕКГ-5
Місткість ковша, E_k , м ³	5,2
Швидкість підйому, $v_{\text{під}}$, м/с	0,87
Довжина стріли, $l_{\text{стр}}$, м	1,1
Довжина рукояті, м	8,5
Потужність механізму підйому, кВт	230

Розраховуються наступні параметри по наведеним залежностям.

Маса всього екскаватора:

$$m_{\text{екс}} = k_{\text{екс}} \cdot E,$$

де $k_{\text{екс}}$ – коефіцієнт питомої маси екскаватора, т/м³;

E – місткість ковша, м³.

Маса поворотної платформи з механізмами, маса стріли з блоками і маса напірного механізму:

$$m = k_m \cdot m_{\text{екс}},$$

де k_m – коефіцієнти маси.

Таблиця А.1 - Значення показника $k_{Екс}$ для різних типів екскаваторів

Показники	Кар'єрні механічні лопати	Вскришні механічні лопати	Крокуючі драглайни
Місткість ковша, м ³	2...20	4...50	4...100
Питома маса екскаватора, т/м ³	38...55	55...110	50...120

Таблиця А.3 - Коефіцієнти маси K_m

Найменування	Коефіцієнт маси K_m		
	Кар'єрні механічні лопати	Вскришні механічні лопати	Крокуючі драглайни
Стріла із блоками	0,070...0,060	0,075...0,065	0,070...0,060
Напірний механізм	0,0255...0,0280	0,023...0,145	---
Поворотна платформа із механізмами	0,51...0,48	0,45...0,43	0,70...0,80

Маса ковшів і маса породи в ковшах екскаваторів:
- для механічних лопат

$$m_{к.л.} = 1,15 \cdot C_{к.л.} \cdot E,$$

де $C_{к.л.}$ – коефіцієнт подоби;

Маса рукояті механічної лопати:

$$m_p = C_p \cdot m_{к.л.},$$

де C_p – коефіцієнт подоби;

$m_{к.л.}$ – маса ковша лопати.

Таблиця А.4 - Умови роботи екскаваторів

Умови роботи	$C_{К.Л}$	$C_{k.g1}$	$C_{k.g2}$	$C_{k.g3}$
Легкий	0,7...1,2	1,0	1,25	0,13
Середній	0,9...1,7	0,7	2,4	0,12
Важкий	1,1...2,1	0,52	3,25	0,08

Таблиця А.5 - Значення коефіцієнта C_p

Екскаватори (мех.лопати)	Коефіцієнт C_p				
	Внутрішня однобалочна			Зовнішня двобалочна	
	Розвант. від згину крутіння	Розвант. від крутіння	Неван- тажена	Нерозвант. від крутіння	Розвант. від крутіння
Будівельні	--	--	1,35...0,40	1,45...1,50	
Кар'єрні	0,30...0,35	0,40...0,45	0,45...0,50	0,8...1,0	
Вскришні	0,40...0,45	0,70...0,75	--	0,9...1,1	1,1...1,2

Для прикладу наведемо розрахунок для ЕКГ-5Н

Маса всього екскаватора:

$$m_{екс} = k_{екс} \cdot E = 38 \cdot 5,2 = 200 \text{ т.}$$

Маса поворотної платформи з механізмами, маса стріли з блоками і маса напірного механізму:

$$m_c = k_m \cdot m_{екс} = 0,07 \cdot 200 = 14 \text{ т.}$$

Маса ковшів і маса породи в ковшах екскаваторів:

- для механічних лопат

$$m_{к.л.} = 1,15 \cdot C_{к.л.} \cdot E = 1,15 \cdot 1,5 \cdot 5,2 = 9 \text{ т.}$$

Маса рукояті механічної лопати:

$$m_p = C_p \cdot m_{к.л.} = 0,85 \cdot 9 = 7,65 \text{ т.}$$

Таблиця 11 – Параметри моделі

№ п/п	Назва параметрів	Позначення масштабного коефіцієнта	Формула переходу від параметрів оригінала, до параметрів моделі	Чисельне значення масштабу	Параметри моделі
1	Лінійні параметри робочого обладнання	k_l	$L_{i\text{мод}} = \frac{L_{i\text{оп}}}{k_l};$	$k_l = 10$	$L_{СТР} = 900\text{мм}, L_{ПВ} = 960\text{мм},$ $L_{СТ.П} = 560\text{мм}, L_{СТ.З} = 460\text{мм},$
2	Об'ємні параметри робочого обладнання	$k_V = k_l^3$	$E_{i\text{мод}} = \frac{E_{i\text{оп}}}{k_l^3};$	$k_V = 1000$	$V_{КОВ} = 0,0052\text{м}^3$
3	Маса елементів робочого обладнання	$k_M = k_l^3$	$m_{i\text{мод}} = \frac{m_{i\text{оп}}}{k_l^3};$	$k_M = 1000$	$m_{ст} = 9,4\text{кг}$ $m_{бл} = 2,4\text{кг}$ $m_p = 8,8\text{кг}$ $m_{кови} = 8,6\text{кг}$
4	Жорсткість елементів робочого обладнання	$k_C = k_l$	$C_{i\text{мод}} = \frac{C_{i\text{оп}}}{k_l};$	$k_C = 10$	$C_B = 10,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ $C_{Б1} = 3,84 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$ $C_{Б2} = 10,3 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}$
5	Зовнішні сили (опір копанню)	$k_P = k_l^2$	$P_{i\text{мод}} = \frac{P_{i\text{оп}}}{k_l^2};$	$k_P = 100$	$P_{стоп} = 4,3\text{кВт}$
6	Швидкість	$k_g = k_l^{\frac{1}{2}}$	$V_{i\text{мод}} = \frac{V_{i\text{оп}}}{k_l^{\frac{1}{2}}};$	$k_g = 3,1$	$\vartheta_{кон} = 0,27 \frac{\text{м}}{\text{сек}}$

Діюча модель механічної лопати зображена на рисунку



Рисунок 3.8 – Модель кар'єрного екскаватора ЕКГ-5Н

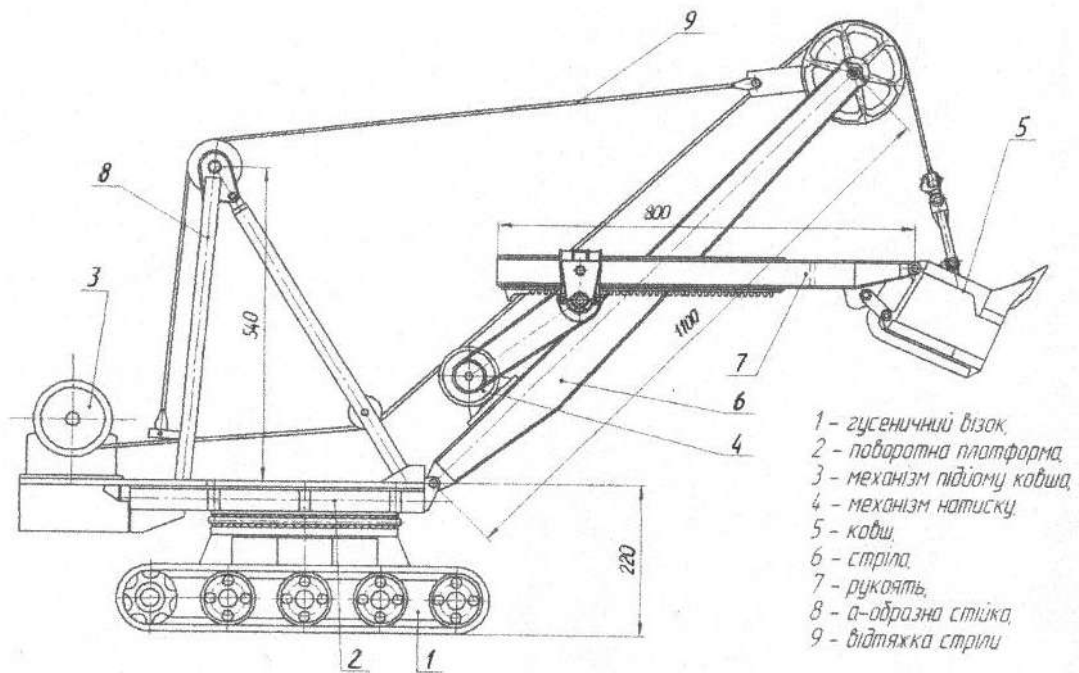


Рисунок 3.9– Схема моделі

Розраховуємо місткість ковша моделі по даним замірів в лабораторії, наприклад за розмірами ковша моделі (рис. 3.10)

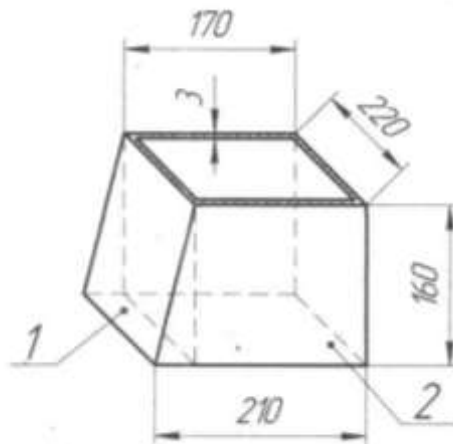


Рисунок 3.10 – Розрахункова схема ковша моделі

Знайдемо місткість першої частини ковша:

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot h \cdot l = \frac{1}{2} \cdot 0,037 \cdot 0,157 \cdot 0,214 = 0,0006216 \text{ м}^3,$$

де a_1 – довжина основи трикутника першої частини ковша, м;

h – висота трикутника першої частини ковша, м;

l – ширина ковша, м.

Розрахуємо місткість другої частини ковша:

$$V_2 = a_2 \cdot b \cdot l = 0,164 \cdot 0,157 \cdot 0,214 = 0,00551 \text{ м}^3,$$

де a_2 – довжина основи другої частини ковша, м;

b – висота другої частини ковша, м;

l – ширина ковша, м.

Сумарний об'єм ковша:

$$V = V_1 + V_2 = 0,0006216 + 0,00551 = 0,0061316 \text{ м}^3.$$

Розрахунок масштабних коефіцієнтів для робочого обладнання.

Лінійний масштабний коефіцієнт для стріли:

$$k_{стр} = \frac{l^{5H}}{l_{мод}} = \frac{10,8}{1,1} = 9,818.$$

Лінійний масштабний коефіцієнт для рукояті:

$$k_{рук} = \frac{l^{5H}}{l^{мод}} = \frac{8,5}{0,8} = 10,625.$$

Масштабний коефіцієнт для місткості ковша:

$$k_E = \frac{l^{5H}}{l^{мод}} = \frac{5,2}{0,0061} = 852.$$

Визначаємо середній лінійний масштабний коефіцієнт:

$$K_{cp}^L = \frac{KL1 + KL2}{2} = \frac{9,818 + 10,625}{2} = 10,22.$$

Таблиця – Маса елементів робочого обладнання

Параметри	ЕКГ-5Н	ЕКГ модель	Масштабний коефіцієнт
Маса стріли с блоками, кг	14000	11,8	1186
Маса рукояті, кг	7650	8,8	869
Маса ковша, кг	9000	8,6	1046

Визначаємо середній масовий масштабний коефіцієнт:

$$K_{cp}^L = \frac{K1 + K2 + K3}{3} = \frac{1186 + 869 + 1046}{3} = 1033.$$

Скористаємося критерієм подібності для процесу копання ґрунту ковшем механічної лопати, виведеним професором В.І. Баловнєвим:

$$\Pi = \frac{P_{01}}{\rho \cdot l^3},$$

де P_{01} – дотична складова процесу копання, Н;

ρ – щільність ґрунту, кг/м³;

l – лінійні параметри робочого обладнання.

$$P_{01} = k_F \cdot b \cdot c,$$

де k_F – питомий опір копанню ґрунту, кПа, $k_F = 220 \dots 400$ кПа для важких ґрунтів;

b, c – ширина і товщина стружки, м ($b = 0,22$ для моделі).

Лінійні розміри (ширина, довжина, висота) ковша механічної лопати

визначаємо по формулах:

$$b_{к.л.} = 1,2 \cdot \sqrt[3]{E} = 1,2 \cdot \sqrt[3]{5,2} = 2 \text{ м};$$

$$l_{к.л.} = 0,77 \cdot b_{к.л.} = 0,77 \cdot 2 = 1,55 \text{ м};$$

$$h_{к.л.} = 0,75 \cdot b_{к.л.} = 0,75 \cdot 2 = 1,5 \text{ м}.$$

Знаходимо площу поперечного перерізу зрізу ґрунту ковшем екскаватора, см^2

$$F = \frac{E \cdot k_{нап}}{k_{розп} \cdot H_{к}} \cdot 10^4,$$

де $k_{нап}$ – коефіцієнт наповнення ковша, $k_{нап} = 1$;

$k_{розп}$ – коефіцієнт розпушення ґрунту, $k_{розп} = 1$;

$H_{к}$ – довжина копання, м ($H_{к} = 1,05$ для моделі).

Максимальна висота копання для ЕКГ-5:

$$H_{ч \max} = 1,76 \cdot \sqrt[3]{200} = 10,3 \text{ м}.$$

$$F_{м} = \frac{0,0062 \cdot 1}{1 \cdot 1,05} \cdot 10^4 = 59 \text{ см}^2;$$

$$F_{екс} = \frac{5,2 \cdot 1}{1 \cdot 10,3} \cdot 10^4 = 5050 \text{ см}^2.$$

Знаходимо товщину зрізу:

$$h_{м} = \frac{F}{b} = \frac{59}{22} = 2,56 \text{ см};$$

$$h_{екс} = \frac{5050}{200} = 25,3 \text{ см}.$$

Дотична складова копання:

$$P_{01} = 20 \cdot 0,22 \cdot 0,0256 = 112 \text{ кН};$$

$$P_{01екс} = 20 \cdot 2 \cdot 25,3 = 1012 \text{ кН}.$$

$$P_M = \frac{P_{01}}{\rho \cdot l^3} = \frac{112}{3 \cdot 1,1^3} = 28,$$

$$P_{екс} = \frac{P_{01}}{\rho \cdot l^3} = \frac{101200}{3 \cdot 10,8^3} = 26,8,$$

$$\frac{P_M}{P_{екс}} = \frac{28}{26,8} = 1,04.$$

Похибка 4%.

Для підтвердження результатів скористаємося іншим критерієм подібності для процесу копання ґрунту ковшем механічної лопати, виведеним професором В.І. Баловневим.

$$\Pi = \frac{M \cdot l}{W \cdot t^2},$$

де M - маса елементів, які описані в диференційних рівняннях, кг;

l - лінійні параметри робочого обладнання, м;

W - опір копанню, або зусилля які діють з 31 сторони вибою, Н;

t - часова складова процесу копання, с.

$$W = \sqrt{P_{01}^2 + P_{02}^2};$$

де P_{02} - нормальна складова сили копання, кН.

$$P_{02} = (0,2...0,4)P_{01};$$

Для моделі

$$W = \sqrt{112^2 + 22,4^2} = 114Н;$$

$$P_{02} = (0,2...0,4) \cdot 112 = 22,4кН;$$

Для ЕКГ – 5

$$W = \sqrt{101200^2 + 20240^2} = 103204,2Н;$$

$$P_{02} = (0,2...0,4) \cdot 101200 = 20240 \text{ кН};$$

Визначаємо час копання для моделі

$$t = \frac{L}{V} = \frac{1,1}{0,27} = 4,07 \text{ с},$$

Де L – шлях копання (висота забою), м;

V – швидкість копання, м/с.

Аналогічно визначаємо час копання для ЕКГ-5

$$t = \frac{L}{V} = \frac{10,3}{0,87} = 11,8 \text{ с},$$

Отже знаходимо критерій подібності, у якості лінійних та масових параметрів скористаємося параметрами рукояті.

$$P_{\text{мод}} = \frac{M \cdot l}{W \cdot t^2} = \frac{8,8 \cdot 0,8}{114 \cdot 4,07^2} = 0,003728.$$

$$P_{\text{екс}} = \frac{M \cdot l}{W \cdot t^2} = \frac{7650 \cdot 8,5}{103204,2 \cdot 11,8^2} = 0,004525.$$

У результаті виконання практичної і лабораторної частин роботи, виконано:

1. Розробка конструкції фізичної моделі кар'єрного екскаватора з лінійним масштабним коефіцієнтом $K_{\text{сп}}^L = 10,22$.

2. Перевірка за критерієм подібності показала відповідність параметрів моделі та кар'єрного екскаватора ЕКГ-5.

3. Оцінка масштабних коефіцієнтів отриманих розрахунковим і експериментальним шляхами адекватні, похибка становить до 18 %.

4. Проведення експериментального дослідження навантажень на робоче обладнання, яке передбачається на фізичній моделі та перевірка результатами розрахунку.

2.3 Лабораторно-практична робота 3

Дослідження енергоємності процесу копання ґрунтів за допомогою фізичної моделі драглайна

Мета роботи: .

2.4 Лабораторно-практична робота 4

Дослідження опорних навантажень на стрілові системи кранів з допомогою фізичних моделей

Мета роботи: .

2.3. Лабораторно-практична робота

Розробка фізичної стрілової системи крана, та дослідження навантажень на стріловий поліспаст та різних умов роботи крана

3.1. Аналіз конструкцій і роботи стрілових систем різних типів.

На перевантажувальних, будівельних і монтажних порталних кранах зміна вильоту вантажу є робочим рухом, який здійснюється шляхом зміни положення елементів стрілової системи.

З метою зниження потужності приводу механізму зміни вильоту і підвищення точності позиціювання вантажу при зміні вильоту, до стрілових систем порталних кранів висуваються дві основні вимоги:

1. Стрілова система повинна бути врівноважена.
2. Стрілова система повинна забезпечити горизонтальну або достатньо полого траєкторію руху вантажу при зменшенні вильоту.

На практиці найбільше поширення набули такі типи стріловидних систем [7]:

- Прямі стріли зі зрівняльними пристроями (зрівняльним поліспастом і зрівняльним блоком).
- Шарнірно-з'єднані стріли з профільованим хоботом та гн • або жорсткою відтяжкою.

На прямій стрілі зі зрівняльним поліспастом (рис. 3.1) відстань L_i між блоками зрівняльного поліспаста при коливанні стріли змінюється,

внаслідок чого підйомний канат перекочується по блокам цього поліспада, змінюю величину l_i , підвісу вантажу. Зміна довжини підвісу l_i , така, що вона компенсує величину підйому або опускання кінцевих блоків стріли, забезпечуючи достатньо близьку до горизонталі траєкторію руху вантажу при коливанні стріли.

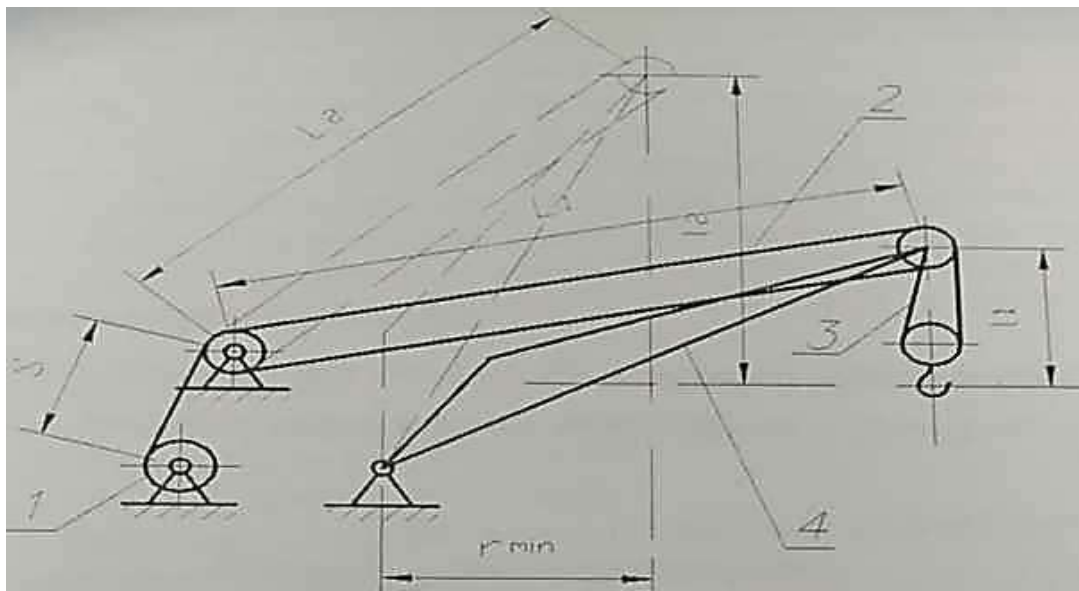
При коливанні стріли будемо мати (рис. 3.1)

$$S + \sum (L_i \cdot U_{зир} + l_i \cdot U_{\epsilon}) = const \quad (3.1)$$

Де $U_{зир}$, U_{ϵ} - кратність відповідно до зрівняльного та вантажною поліспаствів.

На рис.3.2 наведена спрощена модель стрілової системи порталного крану згідно схеми наведеної на рис. 3.1.

Пряма стріла зі зрівняльним блоком (рис. 3.2). внаслідок рухомості останнього, також забезпечує приблизно горизонтальній) рух вантажу при коливанні стріли.

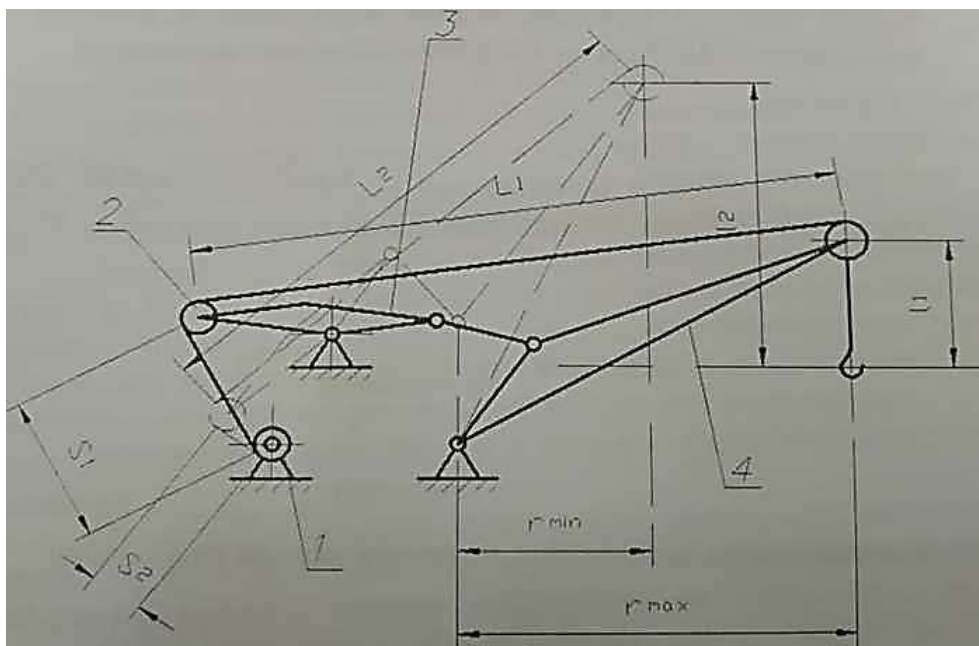


1 - барабан механізму підйому; 2 - зрівняльний поліспаст;

3 - вантажний поліспаст; 4 - стріла.

Рисунок 3.1 - Конструктивна схема прямої стріли зі зрівняльним поліспаством

Змінювані відстані S_1 і L_1 приводять до перекочування підйомного каната по зрівняльному блоку і блоку на кінці стріли, що приводить до змінної величини l_1 підвісу вантажу.



1 - барабан механізму підйому; 2 - зрівняльний блок;
3- клихаючий важіль; 4 - стріла.

Рисунок 3.2 - Пряма стріла зі зрівняльним блоком

Шарнірно-з'єднані стріли з прямим хоботом являють собою шарнірні чотириланкові механізми, які включають стрілу, хобот, відтяжку і стійку (рис. 3.3). Кінець консольної частини хобота здійснює складну траєкторію, яка вписується рівнянням шостого порядку і носіть назву лемніската. На окремих ділянках лемніскати кінець хобота здійснює дуже полого траєкторію, яка наближається до горизонталі. Траєкторії вантажу і кінця хобота будуть однакові у тому випадку, якщо підйомний канат буде проходити паралельно осі стріли або осі жорсткої відтяжки (рис. 3.3). При цьому підйомний канат, при коливанні стріли, не буде перекочуватися по блокам. Напрямок каната вздовж стріли є недоцільним, тому що приводить, до незручного розташування механізму підйому біля кореня стріли, ускладнює намотку канатів на барабан, а також збільшує зусилля стиснення

стріли.

Стрілові системи з гнучкою відтяжкою мають такі переваги, в порівнюючи з системами з жорсткою відтяжкою:

1. Легше за масою приблизно на 30%;
2. Менше трудомісткі при монтажі;
3. Мають меншу паві гряну площу, що приводить до зниження вітрового навантаження на механізм зміни вильоту.
4. Дозволяють застосовувати над машинним відділенням каркас меншої ширини для установки опор коливання відтяжки.

У свою чергу, жорстка відтяжка розвантажує стрілу від скручувальних навантажень, які виникають при несталому русі механізму обертання і при розгойдуванні вантажу на канатах в плоскості, яка перпендикулярна плоскості коливання стріли.. Це дозволяє зменшити масу стріли.

Як правило гнучка відтяжка на порталних кранах великої вантажопідйомності (більше 25 т) не застосовується.

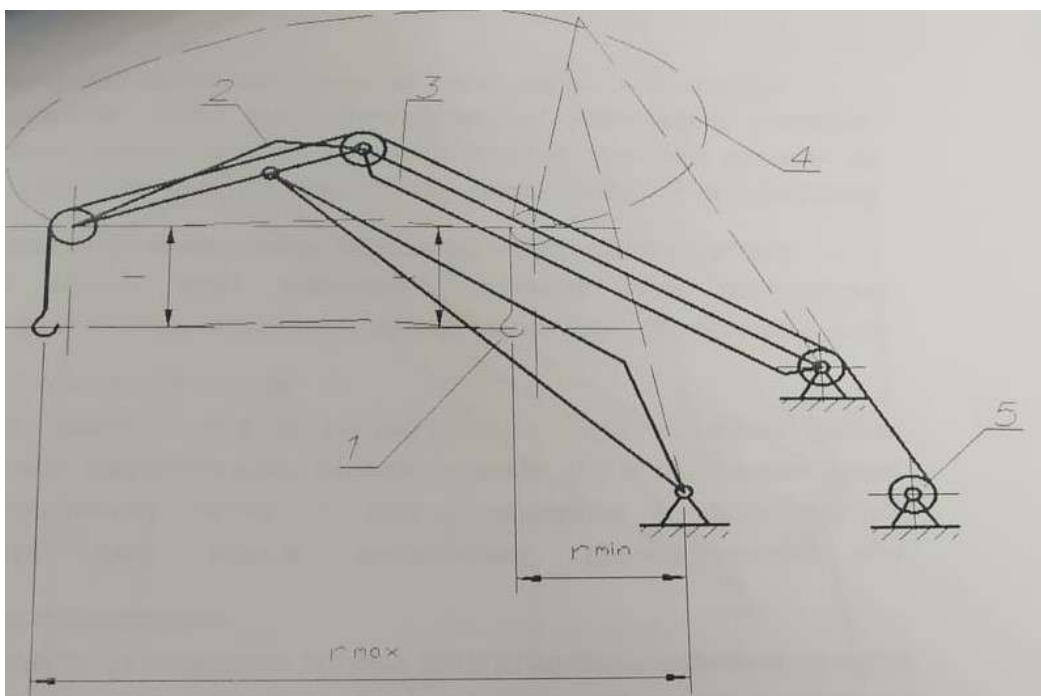
У випадку, коли підйомний канат не проходить по контуру стріли або відтяжки, траєкторії вантажу і кінця хобота будуть різними. Для забезпечення горизонтального переміщення вантажу, кінцевий блок хобота повинен переміщуватися по відповідній траєкторії (рис. 3.4).

Довжина підвісу вантажу li буде змінною внаслідок перекочування каната по блокам хобота і стріли. Така стрілова система дозволяє скоротити довжину хобота, а значить, і масу системи. Але перекочування каната по блокам при зміні вильоту збільшує інтенсивність зносу канатів, що у ряді випадків є вирішальним фактором вибору типу стрілової системи.

Зрівняльний аналіз прямих і шарнірно-з'єднаних стріл дозволяє визначити їх переваги і недоліки.

Переваги прямих стріл: більш проста конструкція, менша маса, не зазнає кручення при пусках і гальмуваннях механізму повороту. Недоліки: обмеження габариту вантажу під стрілою на малих вильотах, менша жорсткість, велика висота підвісу вантажу, яка приводить до тривалого

коливання вантажу з великою амплітудою і необхідністю багатократних пусків і гальмувань механізмів з метою погашення цих коливань.

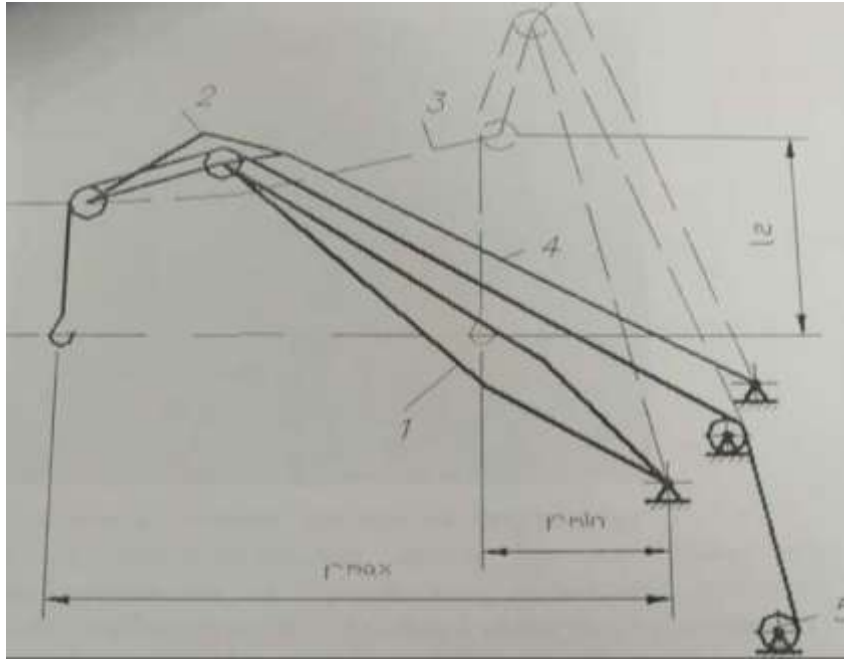


1- стріла; 2 - хобот; 3 - відтяжка; 4 - траєкторія руху кінця хобота (лемніската); 5 - барабан механізму підйому.

Рисунок 3.3 - Шарнірно-з'єднана стріла з прямим хоботом і жорсткою відтяжкою

Шарнірно-з'єднані стріли мають меншу висоту підвісу вантажу, більшу жорсткість і дозволяють на малих вильотах розташування під стрілою вантажу великих габаритів. Стріли зазнають кручення, яке зменшується при жорсткій відтяжці.

Для порталних кранів перспективним слід визнати шарнірно-з'єднані стріли з профільованим хоботом для вантажопідйомностей 10...300 т; і прямі стріли зі зрівняльним поліспастом або блоком для вантажопідйомностей до 10 т. Зарубіжна практика свідчить про застосування прямих стріл і на кранах великої вантажопідйомності.



1- стріла; 2 - хобот; 3 - траєкторія руху кінця хобота; 4 - гнучка відтяжка; 5-відхиляючі блоки; 6 - барабан механізму підйому.

Рисунок 3.4 - Шарнірно-з'єднана стріла з прямим хоботом і гнучкою відтяжкою.

3.2 Мета роботи. Вихідні дані для розрахунку.

Проектування стрілових систем з урахуванням висунутих до них вимог являє собою достатньо складну задачу. Ця задача ще більш ускладнюється при проектуванні стрілових систем з оптимальними параметрами [7,8].

Існують також особливості проектування стрілових систем різних типів.

У цій практичній роботі проектування стрілової системи виконується за спрощеною методикою [9] і стосовно тільки одного типу - шарнірно-з'єднаної стрілової системи з профільованим хоботом і жорсткою відтяжкою.

Виконання студентами цієї роботи ставить метою:

1. Вивчити конструкції стрілових систем та зрівноважених

пристроїв порталних кранів;

2. Вивчити методику проектування стрілової системи заданого типу;

3. Оцінити практичну прийнятність одержаних результатів і, при необхідності, виконати відповідну корективку.

Вихідними даними для проектування являються (рис. 3.5):

H —висота кінця хобота відносно осі коливання стріли, м,

R_{max} і R_{min} максимальним і мінімальний виліт вантажу. м,

f - відстань по горизонталі від осі коливання стріли до осі обертання крана, м;

Рекомендується приймати (рис. 3.5):

$$\gamma_1 = 5...10^\circ, \gamma_2 = 5...10^\circ, \gamma_3 = 10...25^\circ, \varphi_{min} = 40...55^\circ, \quad (3.3)$$

На основі вихідних даних необхідно визначити (рис. 3.5):

L_c - довжина стріли, м; L_x — довжина хобота, м; $L_{п}$ - довжина перекладки (задня частина хобота), м; L_v - довжина відтяжки, м;

S і h - координати осі коливання відтяжки, м;

u_{max} - максимальне відхилення кінця хобота від горизонталі, м.

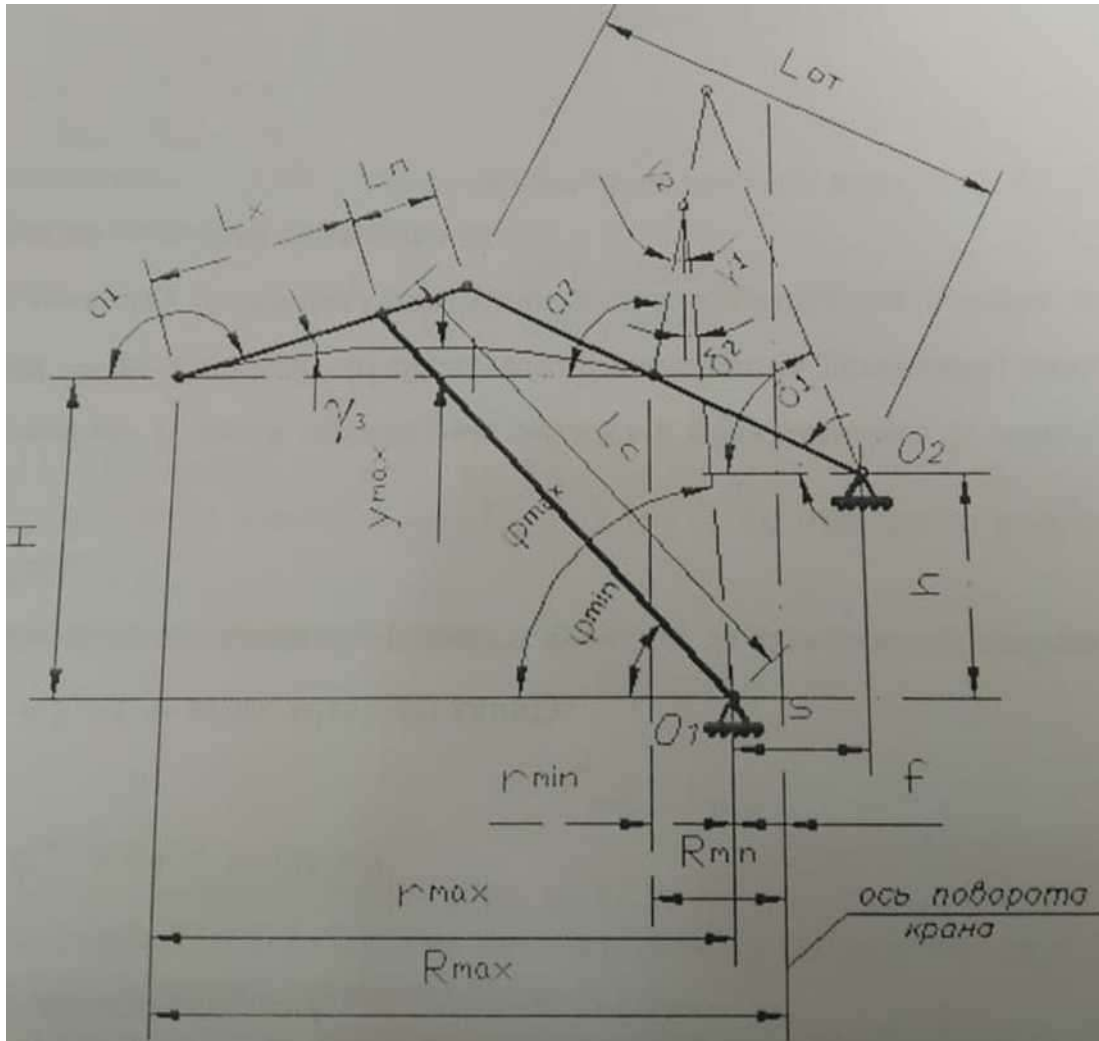


Рисунок 3.5 - Схема до пояснення заданих і визначальних параметрів стрілової системи.

3.3 Визначення геометричних параметрів стрілової системи.

3.3.1 Визначення довжини стріли і хобота.

На основі схими стрілової системи (рис. 3.5) можна записати:

на вильоті і R_{\max} –

$$H = L_C \sin \varphi_{\min} - L_x \sin \gamma_3, \quad (3.4)$$

$$r_{\max} = L_C \cos \varphi_{\min} - L_x \cos \gamma_3, \quad (3.5)$$

на вильоті і R_{\min} –

$$H = L_C \cos \gamma_1 - L_x \cos \gamma_2, \quad (3.6)$$

$$r_{\min} = L_C \sin \gamma_1 - L_x \sin \gamma_2, \quad (3.7)$$

Де $r_{\max} = R_{\max} - f$;

$$r_{\min} = R_{\min} - f.$$

Позначимо $L_x = KL_c$ і прирівняємо праві частини виразів (3.4) і (3.6).

Тоді

$$K = \frac{L_x}{L_c} = \frac{\cos \gamma_1 - \sin \varphi_{\min}}{\cos \gamma_2 - \sin \gamma_3} \quad (3.8)$$

Покажемо (3.5) у вигляді:

$$R_{\max} = L_c (\cos \varphi_{\min} + K \cos \gamma_3) \quad (3.9)$$

Із (3.9) знаходимо L_c а з (3.8) - L_x .

Підставляючи значення L_c і L_x в (3.6) і (3.7), знаходимо розрахункові значення H^p і r_{\min}^p .

Перевіряємо виконання умов:

$$H^p \geq H \quad (3.10)$$

$$r_{\min}^p \leq r_{\min} \quad (3.11)$$

де H і r_{\min} - задані значення (див. п. 3.2).

Якщо умови (3.10) і (3.11) не виконуються, то розрахунок слід повторити при змінених значеннях кутів γ_1 і φ_{\min} .

Треба мати на увазі, що зі зростанням кута (r_{\min} , величини L_c і r_{\min} зростають, а довжина хобота L_x зменшується.

3.3.2 Визначення довжини перекладки, довжини відтяжки і координат осі коливання відтяжки.

Довжину перекладки зазначаємо рівною:

$$L_n = (0,4...0,6) \cdot L_x \quad (3.12)$$

Збудуємо у масштабі два положення стріли з хоботом, які відповідають значенням H^P , r_{\min}^P, r_{\max}^P . Будемо виходити з тієї умови, що кінець хобота повинен як мінімум у трьох точках знаходитися на одній горизонтальній прямій (рис. 3.6, точки A_1, A_2, A_3)

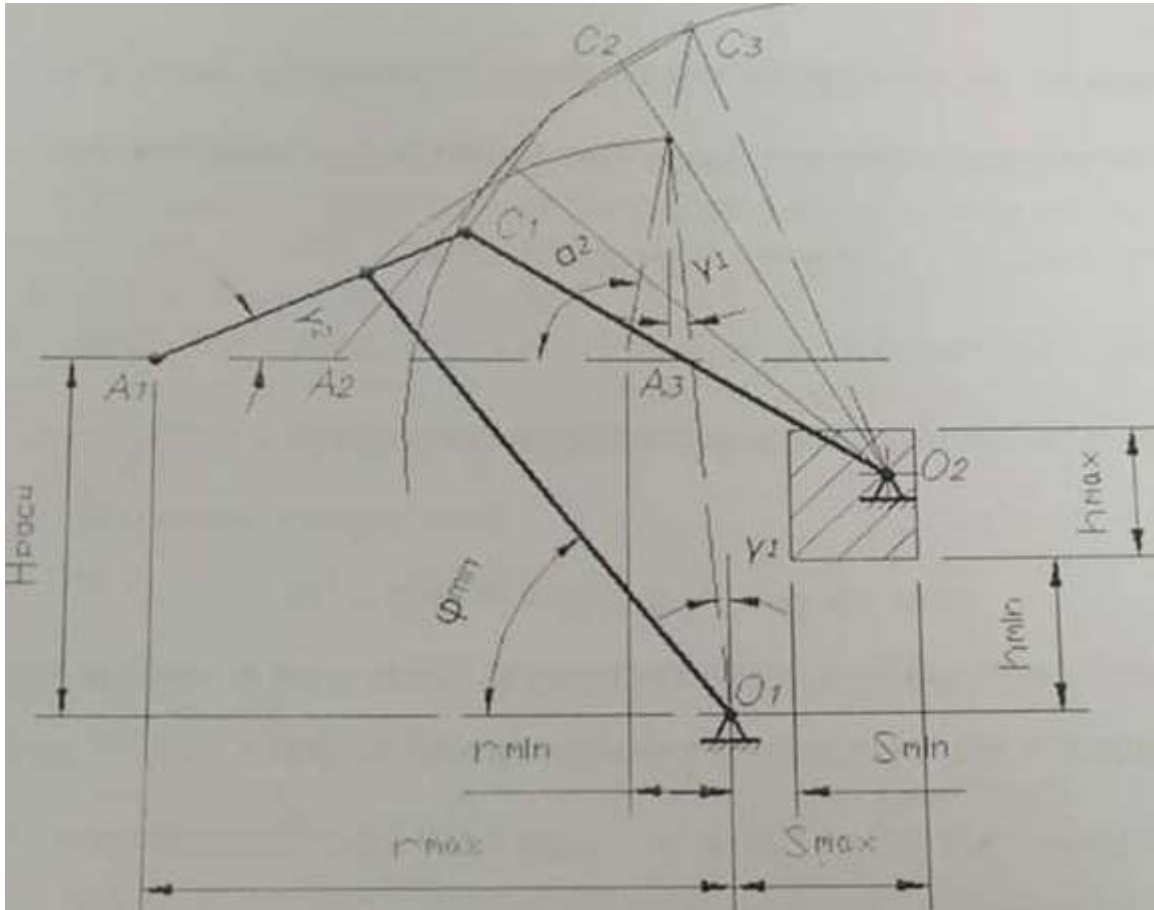


Рисунок 3.6 - Схема до визначення L_B, S, h .

Збудуємо третє проміжне положення стріли з хоботом, якщо приймемо:

$$A_1 A_2 = (0,2 \dots 0,3) A_1 A_3 \quad (3.13)$$

Відкладаємо для трьох положень на продовженні хобота відрізки довжиною L_p . Отримаємо точки C_1, C_2, C_3 (рис. 3.6), які повинні лежати на дузі кола, яке описується верхнім кінцем відтяжки (шарнір з'єднання відтяжки з хоботом).

Центр цього кола, який являється одночасно віссю коливання відтяжки, оцінюється простою геометричною побудовою. Далі графічним шляхом визначаються координати S і h осі коливання відтяжки і довжина відтяжки L_B .

Прийнятність визначеного розташування осі коливання відтяжки оцінюється з позиції конструктивних і експлуатаційних вимог.

Допустимі значення s і h повинні знаходитись у таких межах:

$$s = (0,12 \dots 0,35)r_{\max},$$

$$h = (0,3 \dots 0,6)H^P, \quad (3.14)$$

$$h = (0,13 \dots 0,3)r_{\max}, \quad (3.15)$$

3.3.3 *Визначення траєкторії переміщення кінця хобота*

При визначених значеннях параметрів елементів стрілової системи траєкторія переміщення кінця хобота знаходиться графічним шляхом. З цією метою додатково (окрім трьох існуючих положень) будуються 3-4 положення стрілової системи.

При відомій траєкторії визначається максимальне вертикальне відхилення утах кінця хобота від горизонтальної прямої.

Траєкторія визначається практично прийнятною при виконанні таких умов:

$$а) y_{\max} \leq (0,03 \dots 0,04)(r_{\max} - r^P_{\min}), \quad (3.14) (3.16)$$

де y_{\max} - розмір на рис. 3.5.

б) відсутні ділянки траєкторії з різким підйомом вантажу.

Якщо вищевказані умови не виконуються, необхідно змінити значення параметрів L_n , s , h , а в окремих випадках і L_B .

3.4 Порядок виконання роботи

Робота виконується в такій послідовності:

1. Вивчаються креслення загальних видів порталних кранів з різними стріловими системами і зрівноваженими пристроями.

2. У результаті студент повинен:

- зарисувати принципіві схеми стрілових систем і зрівноважених пристроїв з зазначенням їх основних елементів не менш, ніж за двома типами розглянутих кранів (на схемах треба також показати запасовку вантажних канатів і виконання механізму зміни вильоту);

- записати технічну характеристику вибраних стрілових систем і зрівноважених пристроїв (максимальний і мінімальний вильоти вантажу, маси і геометричні розміри основних елементів і т.п.)

3. Виписуються із додатка В вихідні дані для розрахунку, і відповідно з п. 3.3 виконуються усі розрахунки та графічні побудови.

Для виконання цієї роботи студент повинен при собі мати калькулятор, за допомогою якого можна обчислювати тригонометричні функції, міліметровку або білий папір форматом А4 або А3, олівець, циркуль, вимірювальну лінійку, гумку.

4. Одержані результати графо-аналітичного розрахунку перевіряються студентом і керівником заняття на плоскій моделі стрілової системи. Модель являє собою чотири ланковий механізм зперемінною довжиною ланків. На кінці однієї ланки, яка імітує хобот стрілової системи, закріплюється олівець, який креслить траєкторію руху кінця хоботу. Усі ланки мають розмітку їх визначаються за координатною сіткою.

При невиконанні умов (3.16) робота повертається студентові для доробки.

3.5 Контрольні питання

1. Чому при горизонтальній або близької до горизонтальної траєкторії руху вантажу при зміні вильоту механізму зміни вильоту зменшується потужність приводу механізму зміни вильоту?

2. Чому при негоризонтальній траєкторії руху вантажу зменшується точність його позиціонування?
3. Чому при допустимих відхиленнях утах неприйнятні траєкторії руху вантажу з різкими підйомами і опусканнями?
4. Запропонуйте алгоритм основних етапів проектування стрілової системи за допомогою ЕОМ.
5. Які вимоги висуваються до стрілових систем при оптимізації і параметрів?

2.5 Лабораторно-практична робота 5

Дослідження енергоємності процесів пересування ПТБіДМ за допомогою фізичних моделей крокуючих рушіїв

Мета роботи: .

2.6 Лабораторно-практична робота 6

Розробка фізичної моделі та методики досліджень технічної системи у відповідності з темою магістерської роботи

Мета роботи: .

3 МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В ДОСЛІДЖЕННІ ПІДЙОМНО-ТРАНСПОРТНИХ, БУДІВЕЛЬНИХ, ДОРОЖНИХ, МЕЛПОРАТИВНИХ МАШИН І ОБЛАДНАННЯ

3.1 Лабораторно-практична робота 1

Розробка математичних моделей у дослідженні підйомно-транспортної машини

Мета роботи: ознайомитися з основними правилами розробки математичних моделей при дослідженні підйомно-транспортних машин; навчитися складати структурну схему моделі; вивчити правила визначення похибки математичного моделювання.

3.1.1 Теоретичні відомості

Особливості будівництва математичних моделей

Модель – об'єкт-замінник, що у визначених умовах може замінити об'єкт-оригінал, відтворюючи властивості і характеристики оригіналу, які мають переваги (наглядність, легкість, доступність іспитів). Модель є цільовим відображенням (тобто модель відображає не сам об'єкт-оригінал, а те, що в ньому нас цікавить, тобто те, що відповідає поставленій меті).

Заміщення об'єкта A_1 на об'єкт A_2 проводиться для вивчення або фіксації найважливіших властивостей об'єкта A_1 через об'єкт A_2 . Об'єкт, що заміщається, називається оригіналом або натурою, що заміщає – моделлю.

Приклад

При створенні проекту теплохода потрібно установити залежність лобового опору, який він буде випробувати під час руху в залежності від швидкості ходу. Розрахувати цю залежність аналітично важко. Питання вирішується створенням геометрично подібної моделі менших розмірів і її іспитом в аеродинамічній трубі. Заміщення оригіналу моделлю забезпечує в цьому випадку фіксацію існуючих властивостей оригіналу і можливість його дослідження.

Процес моделювання складається з декількох етапів:

- 1) постановка задачі і визначення властивостей оригіналу, що підлягає дослідженню;
- 2) констатація важкості або неможливості дослідження оригіналу;
- 3) вибір моделі, що досить добре фіксує істотні властивості оригіналу

і легко піддається дослідженню;

- 4) дослідження моделі відповідно до поставленої задачі;
- 5) перенос результатів дослідження моделі на оригінал;
- б) перевірка результатів.

Зокрема, як замісники оригіналів моделі використовуються як засіб спілкування людей, засоби осмислення і пізнання явищ матеріального світу, засоби навчання і тренування.

Математична модель – сукупність математичних об'єктів (чисел, символів, і т.д.) і зв'язків між ними, що відтворюють найважливіші для проектування властивості проектувального об'єкта.

Математична модель як проекція реальних об'єктів характеризується рядом особливостей. Модель можна розглядати як засіб вивчення реальної системи шляхом її заміни більш зручною для експериментального дослідження системою, зберігаючи істотні риси оригіналу.

Модель називають ізоморфною (однакова за формою), якщо між нею і реальною системою існує повна відповідність, і гомоморфною, якщо існує відповідність лише між найбільш значними складовими частинами об'єкта і моделі.

Математичне моделювання включає наступні етапи: дослідження об'єкта й складання його математичного опису; побудова алгоритму, що моделює поведінку об'єкта; перевірку адекватності моделюючого об'єкта; використання моделі.

Математичний опис складається на основі законів фізики, хімії й ін., які характеризують динаміку і статику процесів у досліджуваному об'єкті і виражається мовою будь-яких розділів математики.

3.1.2 Класифікація математичних моделей

Для визначення виду моделі користуються наступними позначеннями:

- перша буква: *Д* - детермінована, *З* - стохастична;
- друга буква: *Б* - безперервна, *Д* - дискретна;
- третя буква: *А* - аналітична, *І* - імітаційна.

За принципами побудови моделі розподіляються на аналітичні й імітаційні. Аналітичні моделі дозволяють одержувати явні функціональні залежності для шуканих величин і визначати чисельні рішення для конкретних початкових умов і кількісні характеристики моделі. Для складного об'єкта - побудова аналітичної моделі майже неможлива. Для таких складних об'єктів застосовуються імітаційні моделі, що імітують поведінку реальних об'єктів.

Особливості функціонування об'єктів моделювання і вигляд використовуюваного математичного опису визначає безперервний або дискретний характер моделі, а цілі проектування - детермінований або

стохастичний підхід до побудови моделі.

Моделі поділяються на пізнавальні й прагматичні (це відповідає розподілу цілей на теоретичні й практичні).

Пізнавальні моделі є формою організації і подання знань, засобом з'єднання нових знань з наявними.

Прагматичні моделі – засіб керування способом організації практичних дій, способом подання дій або їхнього результату, тобто є робочим поданням цілей.

Розходження між ними:

а) пізнавальні моделі відбивають існуюче;

б) прагматичні - не існуюче, бажане.

Моделі поділяються на статичні й динамічні.

Статичні - моделі конкретного стану об'єкта.

Динамічні відображають процес зміни стану.

3 Моделі поділяються на абстрактні (ідеальні) і матеріальні (реальні).

Абстрактні – ідеальні конструкції, побудовані засобами мислення і свідомості.

Реальні – моделі, побудовані з реальних об'єктів.

Подібні моделі – які забезпечують перенос даних на оригінал на підставі подоби.

Подоба – це повна математична аналогія при наявності пропорційності між східними перемінними, що незмінно зберігається при всіх можливих значеннях цих перемінних, задовольняючи східним рівнянням.

Різноманітна форма опису конкретного об'єкта:

- функція, що виражає перемінну через її аргумент $y = f(x_i)$;

- кінцеве рівняння $F(x_i) = 0; i = 1, 2, 3, \dots, n$;

- диференціальне рівняння $F(x_i, t, D) = 0$.

Два об'єкти подібні, коли:

- вони мають східні математичні описи:

$$F(x_{1i}, x_{2i}, t_{1j}, D_{1j}, A_{15}) = 0;$$

$$F(x_{2i}, x_{2i}, t_{2j}, D_{2j}, A_{25}) = 0,$$

- східні перемінні, що утримуються в математичних описах, зв'язані коефіцієнтом пропорційності, що називається масштабом або константою подоби:

$$m_y = y_1/y_2; m_{xi} = x_{1i}/x_{2i}; m_{tj} = t_{1j}/t_{2j}.$$

Геометрична подоба – це подоба геометричних образів: точок, ліній, поверхонь, фігур, тіл.

Фізична подоба – подоба фізично однорідних об'єктів.

Тимчасова подоба – подоба функцій часу.

Подоба реальних моделей і оригіналів може бути прямою, непрямую (установлюється не в результаті фізичної взаємодії, умовно).

Модель кінцева, тому що:

- вона відображає оригінал лише у кінцевому числі відносин;
- ресурси моделювання кінцеві.

Модель завжди спрощено відображає оригінал.

Спрощеність характеризує якісне розходження моделі й оригіналу.

Як і будь-які реальності, моделі перетерплюють зміни, проходять свій "життєвий цикл".

Моделювання є нероздільним сполученням науки і мистецтва.

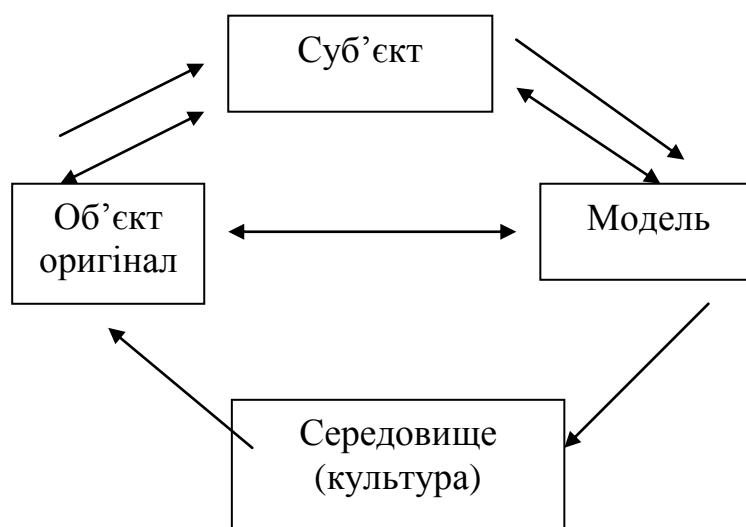


Рисунок 3.1 – Схема моделі

3.1.3 Ступеневі комплекси

Ступеневий комплекс – це функція вигляду

$$y = x_1^{\alpha_1} \cdot x_2^{\alpha_2} \dots x_n^{\alpha_n}.$$

Положення ступеневих комплексів:

- число простих ступеневих комплексів, утворене з деяких величин, не може перевершити числа цих величин;
- будь-яку функцію деяких величин можна подати у вигляді функції ступеневого комплексу цих величин. У будь-якому вираженні вигляду:

$$y = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

-будь-яку функцію розмірних величин можна подати у вигляді розмірного ступеневого комплексу, що складається з цих величин, і безрозмірної функції цих же величин.

Для подоби ступеневих комплексів необхідні:

- їх східність;
- зв'язок східних перемінних масштабами;
- несуперечність рівнянь, виражених у масштабах східних перемінних.

3.1.4 Статистична обробка даних

При обробці результатів експериментів у вимірювальній техніці, автоматичній, статистичній радіотехніці виникає необхідність оцінки характеристик випадкових величин.

Як оцінку \bar{x} невідомого математичного очікування m_x випадкова величина X використовує середнє арифметичне результатів n незалежних іспитів:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n},$$

а для оцінки дисперсії δx^2 – співвідношення

$$\delta^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}.$$

Випадкова величина x розподіляється за нормальним законом з математичним очікуванням m_x і дисперсією δx^2 . Значення x знаходиться в інтервалі $(m_x - \Delta, m_x + \Delta)$ з довірчою імовірністю P .

3.1.5 Відповідність і відповідне моделювання

Будь-яке перетворення деякої перемінної v в іншу w можна символічно позначити оператором A й виразити w через v у виді $w = A v$. Зворотнє перетворення w у v можна записати у вигляді $v = A^{-1} w$.

Визначення відповідностей, що забезпечують еквівалентність одного

оператора послідовності декількох, викликає великий теоретичний і практичний інтерес. Фактично при цьому мова йде про можливість рішення складної задачі шляхом рішення декількох більш простих. У даний час, однак, загальної теорії відповідностей не існує. Методи зведення складних задач до декількох простих, відомі тільки для окремих випадків.

Відповідне моделювання – це заміщення оригіналу відповідною моделлю, тобто такою, значення перемінної якої зв'язані з відповідними значеннями перемінних оригіналу, визначеними нелінійними математичними залежностями. В окремому випадку відповідна модель представляє подібну.

Приклад

Існують два об'єкти, описувані рівняннями

$$y' + ay + v'/v y = bx; \quad (3.1)$$

$$y_1' + \alpha y_1 = \beta x_1, \quad (3.2)$$

де a, b, α, β – позитивні постійні;

$$y = y_1 \bar{v}, x = x_1 \bar{v},$$

$$v = v_1 \bar{v} > 0; y_1 = y_1 \bar{v}; x_1 = x_1 \bar{v}; y_1 \bar{v} = y_1 \bar{v} = 0.$$

Подоба об'єктів неможлива, тому що рівняння (3.1) і (3.2) не є східними.

Помножимо рівняння (3.1) на v :

$$vy' + avy + v' y = bvx, \quad (3.3)$$

і введемо нові перемінні $y_2 = y_2 \bar{v}, x_2 = x_2 \bar{v};$

$$y_2 = vy, y_2' = v' y + vy'; x_2 = vx. \quad (3.4)$$

На підставі цього рівняння (3.3) набуває вигляду:

$$y_2' + ay_2 = bx_2, \quad (3.5)$$

аналогічному (3.2), причому $y_2 = y_2 \bar{v}, x_2 = x_2 \bar{v}.$

Зробимо рівняння (3.2) і (3.5) подібними. Для цього вводимо оператор

$$D = \frac{d}{dt}, \quad D = \frac{d}{dt_1}$$

і додаємо рівнянням безрозмірну форму:

$$1 + \frac{\alpha}{D_1} = \frac{\beta x_1}{D_1 y_1}, \quad 1 + \frac{a}{D} = \frac{b x_2}{D y_2}.$$

Критерії подоби:

$$\Pi_{11} = \frac{\alpha}{D_1}, \quad \Pi_{12} = \frac{\beta x_1}{D_1 y_1}, \quad \Pi_{21} = \frac{\alpha}{D}, \quad \Pi_{22} = \frac{b x_2}{D y_2}.$$

Масштабні рівняння:

$$\frac{\Pi_{11}}{\Pi_{22}} = \frac{\alpha}{a D_1 / D} = \frac{\alpha}{a m_t} = 1;$$

$$\frac{\Pi_{12}}{\Pi_{22}} = \frac{\beta x_1}{b x_2 \cdot D_1 / D \cdot y_1 / y_2} = \frac{\beta m_x}{b m_t m_y} = 1.$$

Якщо масштаби $m_y = y_1 / y_2$, $m_x = x_1 / x_2$, $m_t = t / t_1 = D_1 / D$ задовольняють цим рівнянням, то рівняння (3.2) та (3.5) подібні. У такому випадку згідно з рівняннями (3.4)

$$m_y = y_1 / v_y; \quad m_x = x_1 / v_x.$$

Рішення рівняння (3.2) при $x_1 = m_x v_x$ дозволяє знайти рішення рівняння (3.1)

$$y = y_1 / m_y v.$$

Об'єкт, описаний рівнянням (3.2), є в цих умовах відповідною моделлю об'єкта, описаного рівнянням (3.1).

3.1.6 Точність математичного моделювання

Говорити про точність моделювання можна тільки тоді, коли моделювання супроводжується виконанням тих або інших кількісних співвідношень. Це означає, що поняття точності моделювання відноситься тільки до математичного моделювання. Стосовно до нематематичних моделей це поняття втрачає зміст.

Похибки математичного моделювання викликають два фактори – неточність математичних залежностей (функцій, рівнянь) і неточність чисельних значень різних величин, зв'язаних цими залежностями.

Точність розрахункового моделювання зв'язана з поняттям апроксимації.

Апроксимація – це заміна значень різних величин і математичних виражень наближеними, звичайно більш простими.

У випадку наближеного вираження деякої функції $f \in \bar{\mathcal{A}}$ функцією $f_\alpha x \in \bar{\mathcal{A}}$ перша з них називається апроксимованою (що наближається), друга – апроксимуючою. Точність наближення характеризує похибку апроксимації.

$$\Delta f_\alpha = f_\alpha \in \bar{\mathcal{A}} - f \in \bar{\mathcal{A}} = \Delta f_\alpha \in \bar{\mathcal{A}}.$$

Апроксимація рівняння $F \in \mathcal{S}, x_i, t_j, D \in \bar{\mathcal{D}} = 0$ рівнянням $F_\alpha \in \mathcal{S}_\alpha, x_i, t_j, D_j \in \bar{\mathcal{D}} = 0$ означає апроксимацію функції F та y функціями F_α та y_α . У цьому випадку точність апроксимації характеризується похибкою

$$\Delta y_\alpha = y_\alpha \in \mathcal{S}_\alpha, t_j \in \bar{\mathcal{D}} - y \in \mathcal{S}, t_j \in \bar{\mathcal{D}} = \Delta y_\alpha \in \mathcal{S}_\alpha; t_j \in \bar{\mathcal{D}}.$$

Математичний опис будь-якого матеріального об'єкта завжди супроводжується деякою його ідеалізацією. Виникаюча при цьому погрішність реалізації являє собою похибку первинної апроксимації.

Аналогічно наближеній подобі визначається поняття наближеної відповідності.

Наближеним називається відповідність двох об'єктів, досягнута в результаті апроксимації математичного очікування одного з них.

При матеріальному математичному моделюванні крім апроксимації математичного опису оригіналу або моделі джерелами похибок служать різні відхилення реальних постійних і перемінних величин від їхніх ідеальних (номінальних) значень, обумовлене неточністю відтворення конкретних чисельних значень різних величин при моделюванні.

Дослідження оригіналу шляхом дослідження моделі являє собою визначення y_1 за x_{1i} обхідним шляхом, через x_{2i} й y_2 . За заданим значенням x_{1i} розраховують $x_{2i} = x_{1i} / m_{xi}$. Ці значення відтворюються в

моделі з погрішностями Δx_{2i} , що спотворюють значення y_2 . Замість необхідного значення $y_2 = f_2(x_{2i})$ буде мати місце

$$y_2 + \Delta y_{2mp} = f_2(x_{2i} + \Delta x_{2i})$$

Значення $y_2 + \Delta y_{2mp}$ вимірюється з похибкою Δy_2 . Ще більш спотворене значення $y_2 + \Delta y_{2mp} + \Delta y_2$ перераховується в значення східної перемінної оригіналу:

$$y_1 + \Delta y_{1n} = m_y (y_2 + \Delta y_{2mp} + \Delta y_2) = m_y (y_2 + \Delta y_{2n})$$

$$\text{де } \Delta y_{2n} = \Delta y_{2mp} + \Delta y_2,$$

$\Delta y_{1n} = m_y \Delta y_{2n} = m_y (\Delta y_{2mp} + \Delta y_2)$ – повні похибки моделі й оригіналу відповідно.

Складові похибки моделі Δy_{2mp} знаходяться зі співвідношення

$$y_2 + \Delta y_{2mp} = f_2(x_{2i} + \Delta x_{2i}) = f_2(x_{2i}) + \sum_{i=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial x_{2i}} \Delta x_{2i},$$

$$\text{рівного } \Delta y_{2mp} = \sum_{i=1}^2 \frac{\partial f_2}{\partial x_{2i}} \Delta x_{2i}.$$

Похибка Δy_{2mp} являє сумарний результат трансформації погрішностей аргументів x_{2i} в погрішності функції y_2 . На цій підставі її називають трансформованою.

Похибка моделювання тим більше, чим більше масштаби m_{x_i} , m_y .

3.1.7 Наближені моделі об'єктів на мікрорівні

Точне рішення крайових задач можна одержати лише для деяких окремих випадків. Тому загальний спосіб їхнього рішення, у тому числі й у САПР, полягає у використанні різних наближених моделей. У даний час найбільш широке поширення одержали моделі на основі інтегральних рівнянь й моделі на основі методу сіток.

Основна ідея побудови моделі на основі інтегральних рівнянь полягає в переході від вихідного диференціального рівняння в частинних похідних до еквівалентного інтегрального рівняння, що підлягає подальшим перетворенням.

Сутність методу сіток складається в апроксимації шуканої безперервної функції сукупністю наближених значень, розрахованих у деяких точках області – вузлах. Сукупність вузлів, з'єднаних певним чином, утворює сітку. Сітка, у свою чергу, є дискретною моделлю області визначення шуканої функції.

Застосування методу сіток дозволяє звести диференціальну крайову задачу до системи нелінійних у загальному випадку алгебраїчних рівнянь щодо невідомих вузлових значень функції.

У загальному випадку алгоритм методу сіток складається з трьох етапів.

1 Побудова сітки в заданій області (дискретизація задачі).

2 Одержання системи алгебраїчних рівнянь щодо вузлових рішень (алгебраїзація задачі).

3 Рішення отриманої системи алгебраїчних рівнянь.

Найбільше часто в складі САПР використовуються два методи сіток:

1) метод кінцевих елементів (МКЕ);

2) метод кінцевих різниць (МКР).

Ці методи відрізняються друг один від одного на етапах 1 і 2 алгоритмами. На етапі 3 методи практично ідентичні.

3.1.8 Загальні відомості про моделювання на макрорівні

Використання математичної моделі об'єкта у виді системи диференціальних рівнянь у частинних похідних можливо тільки для дуже простих технічних систем, і навіть у цьому випадку порядок апроксимуючої алгебраїчної системи рівнянь при моделюванні в тривимірному просторі може досягати 10^6 і більш. Тому при моделюванні на макрорівні в технічній системі виділяються досить великі елементи, що надалі розглядаються у виді неподільної одиниці. Безперервною незалежною перемінною залишається (у порівнянні з моделюванням на макрорівні) тільки час.

Математичну модель системи одержують об'єднанням компонентних і топологічних рівнянь.

Закони функціонування елемента підсистеми (надалі просто елемента) задаються компонентними рівняннями, що зв'язують, як правило, різнорідні фазові перемінні, стосовні до даного елемента, тобто компонентні рівняння зв'язують перемінні типу потоку з перемінними типу потенціалу.

Компонентні рівняння можуть бути лінійними або нелінійними, алгебраїчними, звичайними, диференціальними або інтегральними. Ці рівняння виходять на основі знань про конкретну предметну область. Для кожного елемента модельованого технічного об'єкта мають бути отримані компонентні рівняння. Це може виявитися тривалою і трудомісткою процедурою. Але ця процедура виконується однократно з одночасним

нагромадженням бібліотеки підпрограм моделей елементів.

Компонентні рівняння одержують або теоретичним, або фізичним макетуванням, або математичним моделюванням на макрорівні.

Зв'язок між однорідними фазовими перемінними, які відносяться до різних елементів підсистеми, задається топологічними рівняннями, одержуваними на основі зведень про структуру підсистеми. Для формування топологічних рівнянь розроблені формальні методи. Очевидно, що процедура одержання топологічних рівнянь виконується для кожного модельованого об'єкта, тому що структури об'єктів різні.

У САПР доцільно використовувати математичні і програмні засоби, що забезпечують моделювання всієї номенклатури проєктованих об'єктів і які здатні адаптуватися до змінних умов експлуатації. Ці властивості досягаються, якщо застосовувані засоби мають високий ступінь універсальності. Одержанню універсальних засобів сприяє використання аналогій між підсистемами різної фізичної природи і між моделюючими їх компонентними і топологічними рівняннями.

3.1.9 Порядок виконання роботи

1 Ознайомитися з теоретичними відомостями про складання математичних моделей у дослідженнях за допомогою ПЕОМ .

2 Згідно із запропонованим варіантом досліджуваної машини зробити класифікацію математичної моделі та навести її схему.

3 Із використанням електронних таблиць EXCEL розробити алгоритм за визначенням точності математичного моделювання.

3.1.10 Зміст звіту

1 Короткі теоретичні відомості.

2 Класифікація математичної моделі та її схема.

3 Алгоритм за визначенням точності математичного моделювання із використанням електронних таблиць EXCEL.

4 Висновки.

3.1.11 Контрольні питання

1 Що таке об'єкта та його модель?

2 У чому полягає особливість будівництва математичних моделей?

3 Класифікація математичних моделей.

4 Наведіть схему математичної моделі.

- 5 Що таке ступеневі комплекси?
- 6 Порядок статистичної обробки отриманих даних.
- 7 Як визначити точність математичного моделювання?

3.2 Лабораторно-практична робота 2

Математичне моделювання робочого обладнання одноківшових екскаваторів

Мета роботи: розробка математичної моделі робочого обладнання одноківшового екскаватора в системі «екскаватор-робочий орган - ґрунт» для знаходження динамічних навантажень на металеві конструкції елементів робочого обладнання.

3.2.1 Загальні теоретичні відомості

Опис розрахункових схем для знаходження динамічних навантажень

Найбільше динамічне навантаження утворюються під час стопоріння механізмів екскаваторів. У випадку упора ковша в нездоланну перешкоду, механізми підйому та напору зупиняються, створюється стопоріння. Таке може відбутися з механізмом повороту екскаватора в випадку упора ковшем при повороті в бокову стінку забою. Нездоланні перешкоди можна вважати абсолютно жорсткими та непіддатливими, а можна вважати і піддатливими. Тоді вводиться величина жорсткості ґрунту. Звісно, що найбільші динамічні навантаження отримуються при абсолютно жорсткій перешкоді.

Динамічні навантаження дуже залежать від місцезнаходження в забої, в якому відбувається стопоріння ковша.

На (рисунку 3.2.1) показана схема розрахункових положень ковша в забої. Різні положення ковша I, I', II, III, використовуються при розрахунках різних деталей й механізмів (ковша, стріли, рукояті, механізмів підйому та напору). При розрахунку різних деталей приймається різна величина умовної приведенної жорсткості ґрунту. Величина цієї жорсткості отримується з обробки експериментальних даних.

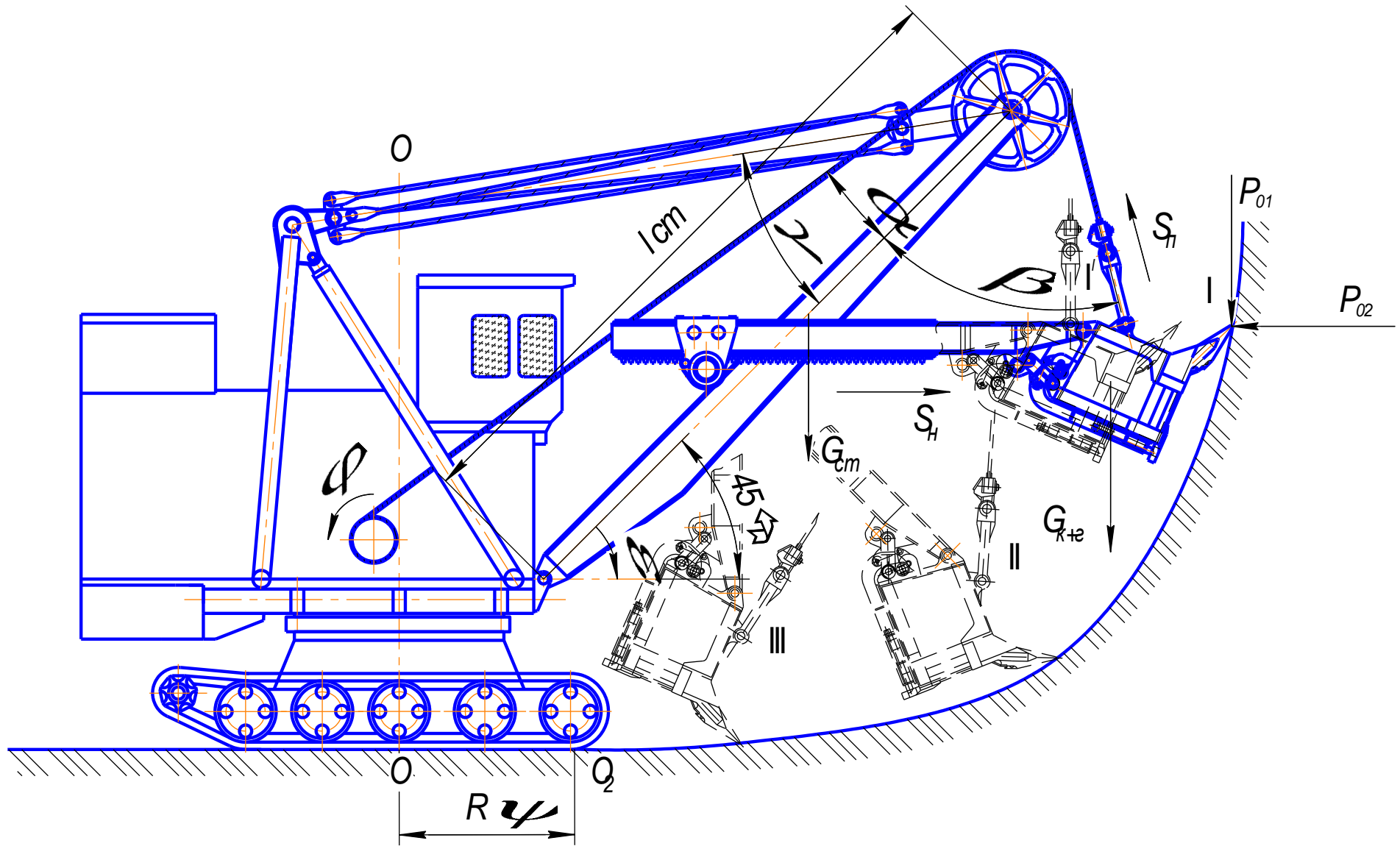


Рисунок 3.2.1 – Схема розрахункових положень ковша в заборі

За методикою викладеною в [1] рекомендується всі розрахункові схеми при розгляді стопоріння механізмів зводиться до двомасової розрахункової схеми з одним ступенем свободи або до одно масової розрахункової схеми з заділкою. При наявності окремих приводів механізмів, розрахунок максимальних динамічних навантажень може вестись окремо, хоча робота деяких механізмів взаємопов'язана. Розрахункова схема за рис. 3.2.2 а є основною. Стосовно до стопоріння механізму підйому m_1 – сумарна приведена маса механізму привода, m_2 – маса екскаватора при коливанні його як маятника відносно ребра перекидання (точка O_2 за рис. 3.2.1), C – сумарна приведена жорсткість пружної системи, в якій якщо необхідно при розрахунку, і уловної жорсткістю ґрунту в напрямку канатів підйому.

Розрахункова схема на рис. 3.2.2 б – є окремим випадком основної схеми, який відповідає тільки періоду навантаження механізму при сталому положенні екскаватора (маса m_2 не рухається), тобто поки що навантаження в механізмі не перевищує зусилля Q , утримуючого моменту від перекидання, P – движуче зусилля, яке розвиває привід. При окремому (багатомоторному) приводу від електродвигуна постійного та змінного струму при розрахунках максимальних динамічних навантажень, під час стопоріння приймається, що движуче зусилля змінюється під час стопоріння по синусоїдальному закону. На початку стопоріння $P = P_H$. P_H – номінальне зусилля, яке розвиває привід. В кінці стопоріння (в момент зупинки ковша) $P = P_{стоп}$. $P_{стоп}$ – стопорне зусилля під час зупинки механізму.

Відносно до стопоріння механізму напору m_1 – сумарна приведена маса механізму привода, враховуючи масу верхньої половини рукояті та кримальєрних шестерень, m_2 – приведена маса стріли, C – приведена сумарна жорсткість пружної системи, які включають в себе жорсткість валів привода повздовжню жорсткість балок рукояті, умовну жорсткість ґрунту. Q – сумарне приведені зусилля, утримуючи стрілу від «запрокидування» вверх під дією напірного зусилля. Утримує стрілу від «запрокидування» вверх ваги окремих елементів стріли та механізмів, встановлених на стрілі, а також і зусилля у підйомному канаті.

При розгляданні стопоріння механізму повороту потрібно користуватися схемою за рис. 3.2.2 б, так як ківш впирається в нездоланну перешкоду. При розгляданні розгону та гальмуванні при повороті екскаватора можна користуватися схемою за рис. 3.2.2 а.

J_1 – приведений момент інерції привода;

J_2 – момент інерції поворотної платформи, стріли, рукояті з ковшем;

C – жорсткість привода (приведена);

M_c – момент опору обертання поворотної платформи;

M – движучий момент привода.

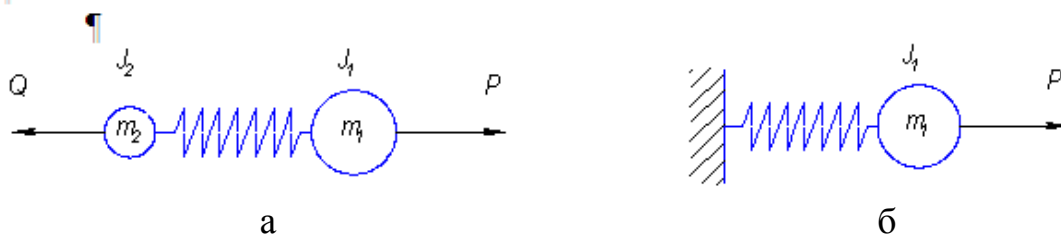


Рисунок 3.2.2 – Спрощена розрахункова схема стопоріння механізму

При розгляданні окремих переміщень стріли, рукояті з ковшем розрахункова схема ускладнюється.

В розрахункових схемах за рис. 3.2.2 а і 3.2.2 б використовується приведені значення мас і жорсткостей пружної системи. Приведені значення мас і жорсткостей знаходяться з умови рівності кінетичної і потенціальної енергії в приведеній розрахунковій схемі та в реальній схемі механізму. Для приведення використовується розрахункова схема рис. 3.2.1,

де $\alpha = 5^\circ$ – кут між віссю стріли та підйомними канатами, які намотуються на барабан;

β – кут між віссю стріли та підйомними канатами, які ідуть до ковша;

$\gamma = 35^\circ$ – кут між віссю стріли і верхнім поясом (підвіскою стріли);

φ – кут повороту барабанів лебідки підйому;

ε – кут коливання стріли відносно поворотної платформи;

ψ – кут перекидання екскаватора.

3.2.2 Дослідження та розрахунки жорсткості пружної динамічної системи

Основними елементами, жорсткість яких у першу чергу необхідно враховувати при розрахунку динамічних навантажень в екскаваторах, є канати, вали механізмів приводу, сполучні пружні муфти, елементи конструкції робочого встаткування й деякі найбільш піддатливі елементи несучих конструкцій (двоногі стійки, надбудови й т.п.).

Крутильну жорсткість найбільш довгих і піддатливих у кожному механізмі валів, що мають значну різницю в діаметрах окремих ділянок, а також ослаблення перетинів шпонками й шліцами в місцях з'єднання з ступицями насаджених на нього деталей, доцільно визначати по ділянках.

Жорсткість окремої ділянки вала визначається (за методикою Д.П. Волкова [1]):

$$c_y = \frac{3,14 \cdot G \cdot d^4}{32 \cdot l \cdot k},$$

де G – модуль пружності при зсуві;

d – діаметр ділянки вала;

l – довжина ділянки вала;

k – коефіцієнт ослаблення вала.

Лінійна жорсткість канатів з достатньою для практики точністю в більшості випадків може визначатися:

$$C_k = \frac{E_k \cdot F_k}{L_k},$$

де E_k – модуль пружності канату при розтягу;

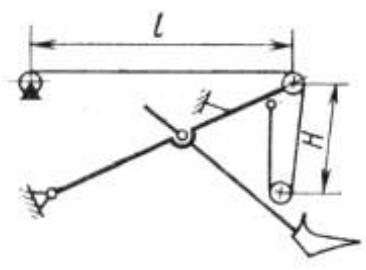
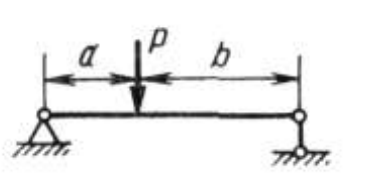
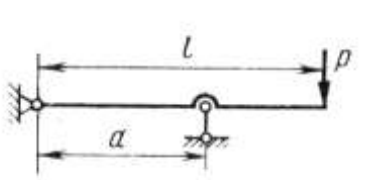
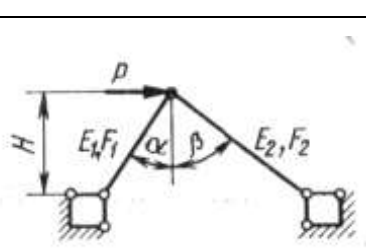
F_k – площа поперечного перетину канату;

l_k – повна довжина канату що деформується.

Модуль пружності канату завжди нижче модуля пружності дроту, з якої він зроблений. Величина його значною мірою залежить від конструкції канату, ступеня попередньої витяжки (новий або старий канат), величини діючого навантаження й ряду інших факторів.

У таблиці 3.2.1 наведені дані для визначення жорсткості балок і ферм, які можуть бути використані при наближеному розрахунку жорсткостей елементів металокопункцій екскаваторів [4].

Таблиця 3.2.1 – Розрахункові схеми для розрахунку жорсткості деяких елементів екскаватора

Елемент	Схема	Жорсткість	
		Лінійна	Кутова
1 Поліспаст (канат) для підйому робочого органу		$c_1 = \frac{a_{\Pi} \cdot E_k \cdot \Omega_k}{H}$ $c_2 = \frac{E_k \cdot \Omega_k}{1}$	$c'_{13} = \frac{c_1 \cdot R_{\delta l}^2}{a_{\Pi}^2 \cdot i^2 \cdot \eta_{\Pi}}$ $c'_{23} = c_2 \cdot R_{\delta}^2$
		<p>c_1 – жорсткість поліспасти на відрізок, Н; a_{Π} – кратність поліспасти; c_2 – жорсткість канату на відрізок l; E_k – модуль пружності канату при розтягуванні; Ω_k – сумарна площа поперечного перетину проволочок канату; $R_{\delta l}$ і R_{δ} – відповідно радіуси блока стріли та барабана механізму підйому; $i = \frac{R_{\delta l}}{R_{\delta}}$ – передатне відношення; c'_{13} і c'_{23} – відповідно жорсткість c_1 та c_2, приведені до вісі барабана; η_{Π} – КПД поліспасти.</p>	
2 Двоопорна балка постійного перетину		$c = \frac{3EJ \cdot a + b}{a^2 \cdot b^2}$	
		<p>E – модуль пружності при згині; J – момент інерції.</p>	
3 Двоопорна балка постійного перетину з консоллю		$c = \frac{3EJ}{l^2 \cdot a}$	$c' = c \cdot l^2$
		<p>E – модуль пружності при згині; J – момент інерції; c' – жорсткість стріли приведена до вісі її повороту.</p>	
4 Л-образна рама (двоопорна стойка)		$c = \frac{E_1 \cdot E_2 \cdot F_1 \cdot F_2 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \alpha + \beta}{H \cdot F_1 \cdot \cos^3 \alpha + E_2 \cdot F_2 \cdot \cos^3 \beta}$	
		<p>E_1 і E_2 – модулі пружності елементів ферми; F_1 і F_2 – площа поперечних перетинів елементів.</p>	

Розрахунок жорсткості підйомного канату

$$C_k = \frac{E_k \cdot F_k}{l_k}, \frac{m}{m},$$

де E_k – модуль пружності, Н/м²;

F_k – площа поперечного перетину канату;

l_k – довжина канату в заданому положенні.

Розрахунок жорсткості балочної підвіски стріли.

Підвіска стріли складається з балки, двох серг та надбудова (рис. 3.2.3).

– Жорсткість балки:

$$C_b = \frac{E \cdot F_b}{l_b}, \frac{H}{m},$$

де E – модуль пружності сталі, $E = 2,1 \cdot 10^{11}$, Н/м²;

F_b – площа поперечного перетину балки;

l_b – довжина балки.

– Жорсткість серг:

$$C_c = \frac{E \cdot F_c}{l_c}, \frac{H}{m},$$

де F_c – площа поперечного перетину серги,

l_c – спільна довжина серг, $l_c = 3,3m$.

– Жорсткість надбудови:

$$C_n = \frac{E \cdot F}{H} \cdot \frac{\cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin^2 \alpha + \beta}{\cos^3 \beta + \cos^3 \alpha},$$

де F – площа поперечного перетину стойки, $F_{cm} = 4,64 \cdot 10^{-2} m^2$;

H – висота надбудови, $H = 5,55m$;

α, β – кути надбудови (рис. 3.2.4).

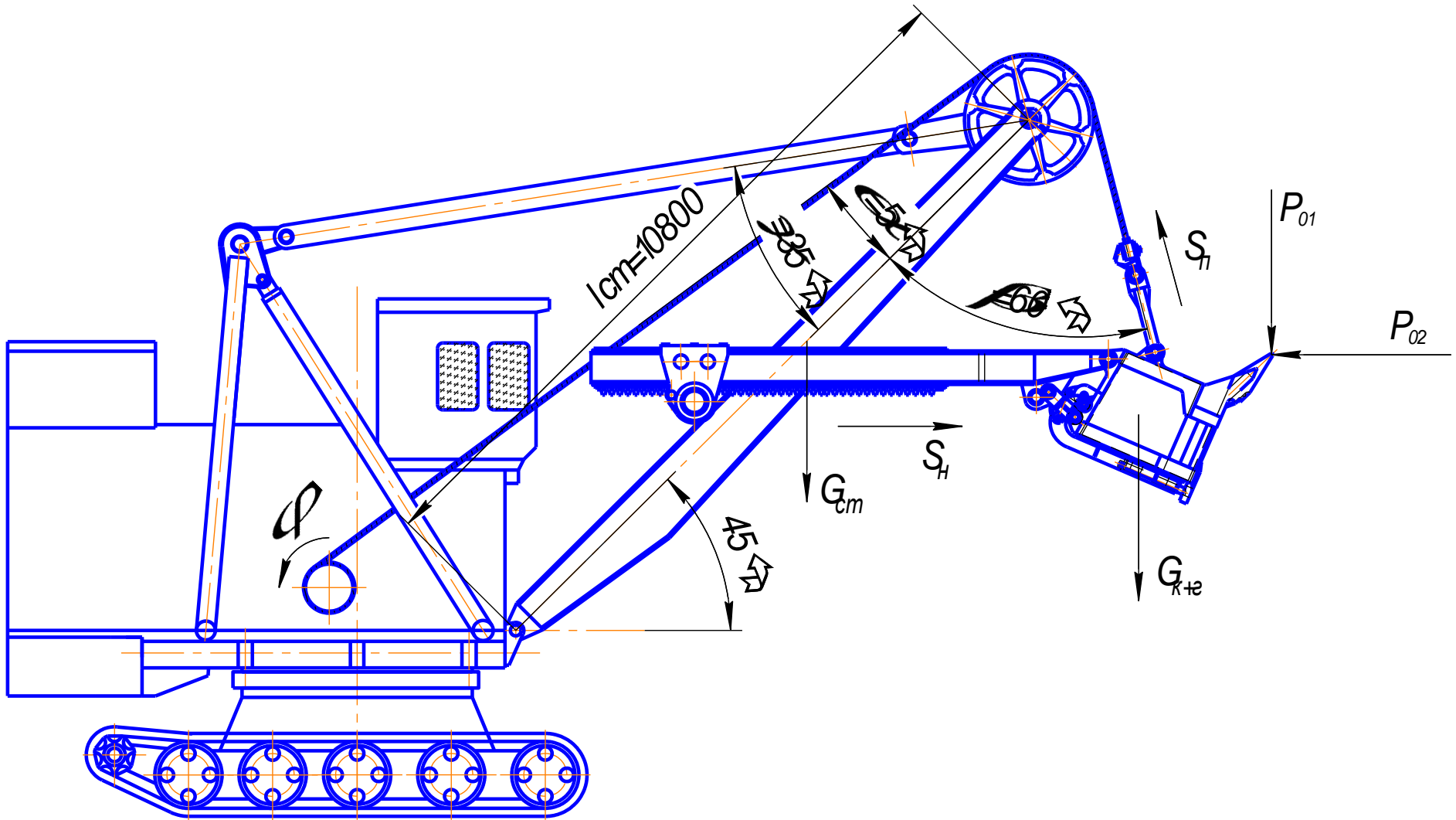


Рисунок 3.2.3 – Розрахункова схема для розрахунку балочної системи

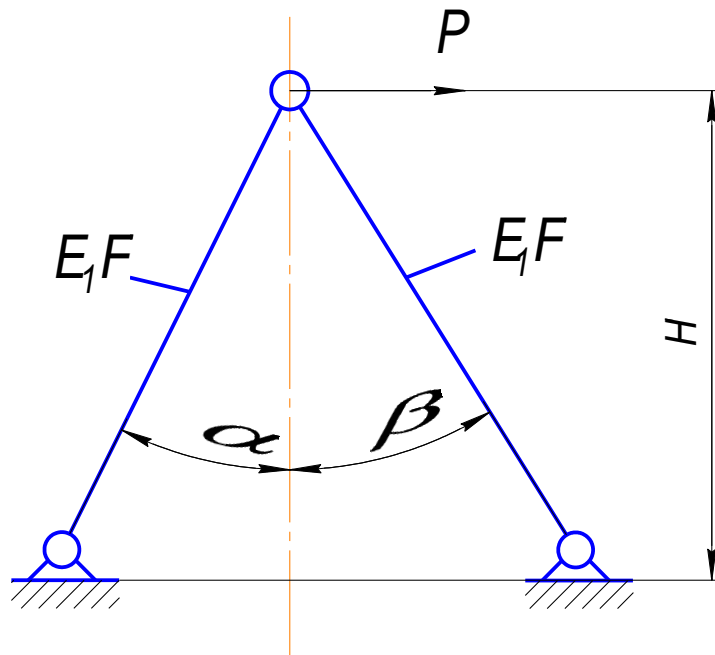


Рисунок 3.2.4 – Розрахункова схема жорсткості надбудови

– Еквівалентна жорсткість підвісу стріли без врахування жорсткості поворотної платформи:

$$\frac{1}{C_{подв}} = \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_c} + \frac{1}{C_H},$$

$$C_{подв} = 150 \cdot 10^6, \frac{H}{м}.$$

Зведена жорсткість надбудова до канату, який намотується на барабан.

$$C_{подв}^{пр} = \frac{C_{подв} \cdot \sin^2 \gamma}{A^2}, \frac{H}{м},$$

де $A = \sin \beta - \sin \alpha = \sin 60^\circ - \sin 5^\circ = 0,812$;

α, β, γ – кути взяті з розрахункової схеми екскаватора.

– Розрахунок жорсткості поворотної платформи.

Для більш точного розрахунку врахуємо жорсткість поворотної платформи. При розрахунках жорсткості підвіски стріли прийнято враховувати тільки піддатливість надбудови, поворотну платформу вважають абсолютно твердою.

Однак при жорсткому стопорінні механізму підйому, коли твердість

вибою велика ($500 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$, $100 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$) навантаження дуже швидко досягають такої величини, що починає деформуватися й поворотна платформа. Хоча перетин елементів поворотної платформи великі в порівнянні з перетинами елементів надбудови, врахування їхньої деформації може дати істотну поправку у твердість всієї підвіски стріли.

Перетин поворотної платформи (середньої секції) у поперечному напрямку складається з настилів з товщиною листа $\delta = 30 \text{ мм}$ й 4-х поздовжніх балок з такого ж аркуша. Додатковими, ввареними в поворотну платформу й навареними на неї елементами, знехтуємо, тому що врахувати їхній вплив практично неможливо. Поперечні балки з листами $\delta = 20 \text{ мм}$ практично не будуть впливати на деформацію поворотної платформи в поздовжньому напрямку.

Розрахункова схема для визначення деформацій поворотної платформи показана на рис. 3.2.5.

Для визначення жорсткості, деформації поворотної платформи, до голови надбудови (точка С) прикладаємо одиничну силу. Ця сила розкладається на дві сили:

P_{BC} – стискає передню стійку надбудови ВС

P_{AC} – розтягує задню стійку АС.

З рішення трикутників (теорема синусів):

$$P_{AC} = 1 \cdot \frac{\sin 59,42^\circ}{\sin 35,01^\circ} = 1,5;$$

$$P_{BC} = 1 \cdot \frac{\sin 85,57^\circ}{\sin 35,01^\circ} = 1,74.$$

Відповідні кути надбудови показані на рис. 2.5. Сила P_{AC} викликає згинальний момент на відрізку довжини поворотної платформи $A'O$, а сила P_{BC} на відрізку OB' .

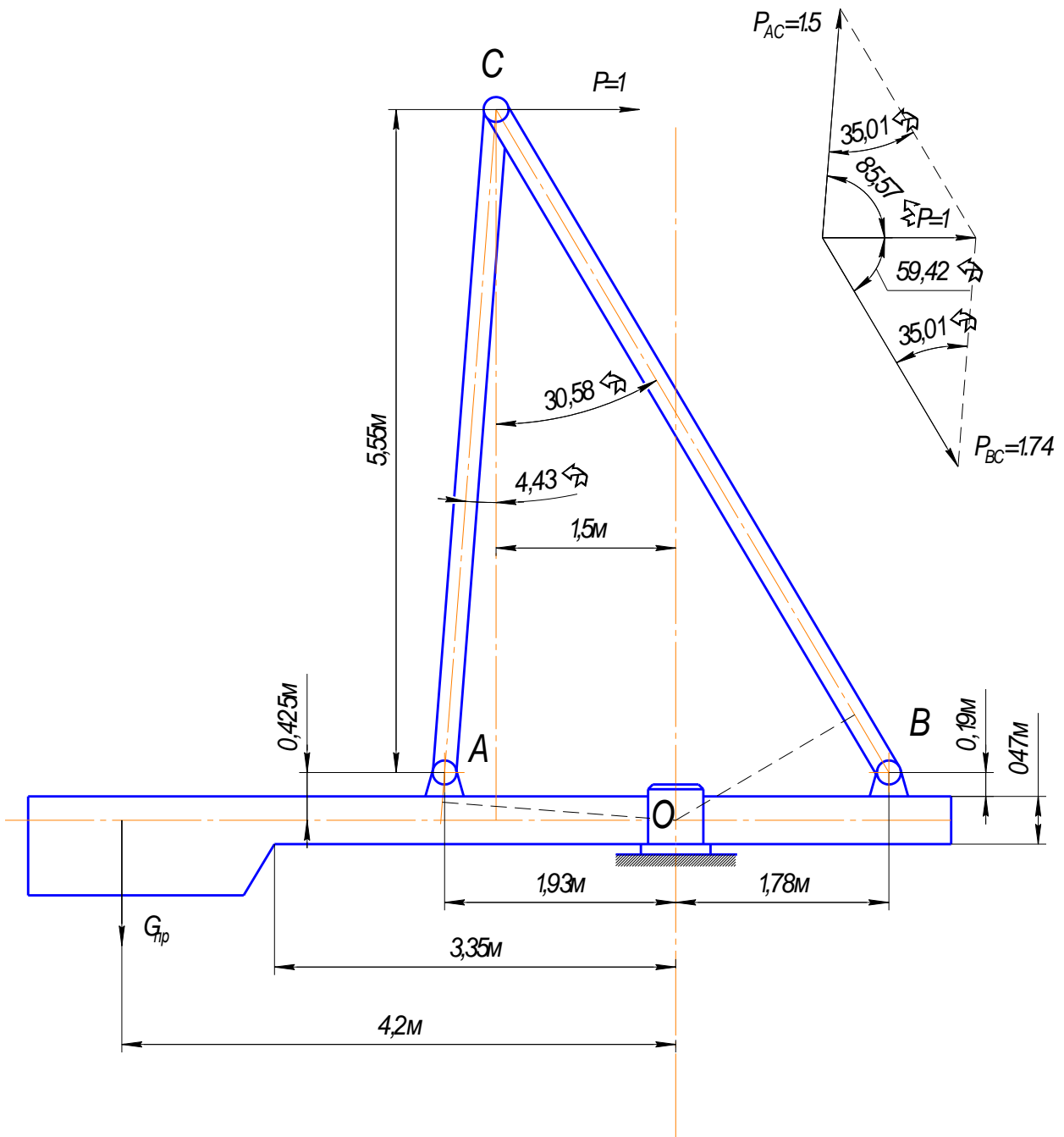


Рисунок 3.2.5 – Розрахункова схема визначення жорсткості поворотної платформи

На рис. 3.2.5 показана еюра згінного моменту. Величини моментів і довжини відрізків визначені виходячи з геометрії надбудови.

Для визначення жорсткості, поворотної платформи, необхідно підрахувати потенційну енергію, запасену в деформованій поворотній платформі.

Розглядаємо поворотну платформу, як балку, що згинається у вертикальній площині по поздовжній осі екскаватора. Потенційна енергія деформування стержня довжиною S [2]:

$$A = \frac{1}{2} \int_s \frac{Mu^2 \cdot ds}{EJ},$$

де Mu – згінний момент, $H \cdot m$;

E – модуль пружності, $Па$;

J – момент інерції перетину, m^4 .

Якщо згинальний момент постійний по довжині стержня, то

$$A = \frac{1}{2} \cdot \frac{Mu^2 \cdot S}{EJ}.$$

У нашому випадку момент змінюється по довжині стержня за законом "трикутника".

У цьому випадку

$$A = \frac{1}{6} \cdot \frac{M_{\max}^2 \cdot S}{EJ},$$

де M_{\max} – максимальна величина моменту на кінці стержня.

Момент інерції перетину середньої секції поворотної платформи буде дорівнювати

$$J_C = 4 \cdot \frac{0,3 \cdot 0,41^3}{12} + 2 \cdot (3,2 \cdot 0,03) \cdot 0,22^2 = 0,01 m^4 \dots$$

Ширина середньої секції $B = 3,2m$. Загальна ширина платформи із крилами $B = 6m$. Вважаємо, що за жорсткістними параметрами крила не відрізняються від середньої секції поворотної платформи. Момент інерції перетину всієї платформи (із крильми):

$$J = J_C \cdot \frac{6}{3,2} = 0,01 \cdot \frac{6}{3,2} = 0,0187 m^4.$$

Потенційна енергія, запасена в поворотній платформі, при її згині дорівнює:

$$A = \frac{1}{6} \cdot \frac{2,94^2 \cdot 1,96}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,0187} + \frac{1}{6} \cdot \frac{3,05^2 \cdot 2,03}{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 0,0187} = 0,00152 \cdot 10^{-6} H \cdot m.$$

З іншого боку, робота, зроблена одиничною силою

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot X,$$

де X – переміщення від одиничної сили.

$$\text{Жорсткість } C_{\text{пов.пл.}} = \frac{1}{X}.$$

$$A_1 = \frac{1}{2 \cdot C_{\text{пов.пл.}}}.$$

Повинне дотримуватися рівність $A = A_1$.

$$\text{Звідки } A_1 = \frac{1}{2 \cdot C_{\text{пов.пл.}}},$$

$$C_{\text{пов.пл.}} = \frac{1}{2 \cdot A} = \frac{1}{2 \cdot 0,00152 \cdot 10^{-6}} = 329 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Відрізок $A'O$ навантажений (стислий) одиничною силою. Площа перетину балки

$$F = \frac{6 \cdot 0,03 \cdot 3,2 + 4 \cdot 0,03 \cdot 0,41}{3,2} = 0,452 \text{ м}^2.$$

Жорсткість стержня на стиск:

$$C_{\text{стерж}} = \frac{E \cdot F}{l} = \frac{2,1 \cdot 10^7 \cdot 0,425}{1,96} = 4,84 \cdot 10^{10} \frac{\text{Н}}{\text{м}}.$$

Потенційна енергія стиску:

$$A' = \frac{1}{2 \cdot C_{\text{стерж}}} = \frac{1}{2 \cdot 4,84 \cdot 10^{10}} = 1,03 \cdot 10^{11} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

У порівнянні з згином потенційна енергія від стиску дуже мала, стиск можна не враховувати.

– Еквівалентна жорсткість підвісу стріли з врахування жорсткості поворотної платформи:

$$\frac{1}{C_{подв}} = \frac{1}{C_{б}} + \frac{1}{C_C} + \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_{повпл}} = \frac{1}{35400} + \frac{1}{203000} + \frac{1}{29900} + \frac{1}{32900};$$

$$C_{подв} = 103 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

Зведена жорсткість надбудови до канату, який намотується на барабан.

$$C_{подв}^{пр} = \frac{C_{подв} \cdot \sin^2 \gamma}{A^2} = \frac{103 \cdot 10^6 \cdot \sin^2 35^\circ}{0,812^2} = 51,39 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

3.2.3 Розрахунок жорсткості вантової підвіски стріли

– Жорсткість канатів вантової підвіски (рис. 3.2.6):

$$C_K = \frac{E \cdot 4 \cdot F_K}{l_{б}} = \frac{1,1 \cdot 10^{11} \cdot 4 \cdot 0,000992}{8,37} = 52,15 \cdot 10^6 \frac{H}{м},$$

де E – середній модуль пружності канатів, $E = 1,1 \cdot 10^{11} \frac{H}{м^2}$;

$F_{б}$ – площа поперечного перетину канатів, $F_{б} = 0,992 \cdot 10^{-3} м^2$;

$l_{б}$ – довжина балки, $l_{б} = 8,73 м$.

– Жорсткість серг та жорсткість надбудови:

Жорсткість серг та надбудови не відрізняються від жорсткості при балочній системі підвіски стріли, $C_c = 2030 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$, $C_H = 299 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$.

Загальна жорсткість підвісу стріли без врахування жорсткості поворотної платформи:

$$\frac{1}{C_{подв}} = \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_C} + \frac{1}{C_H} = \frac{1}{5215} + \frac{1}{203000} + \frac{1}{29900};$$

$$C_{подв} = 43,45 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

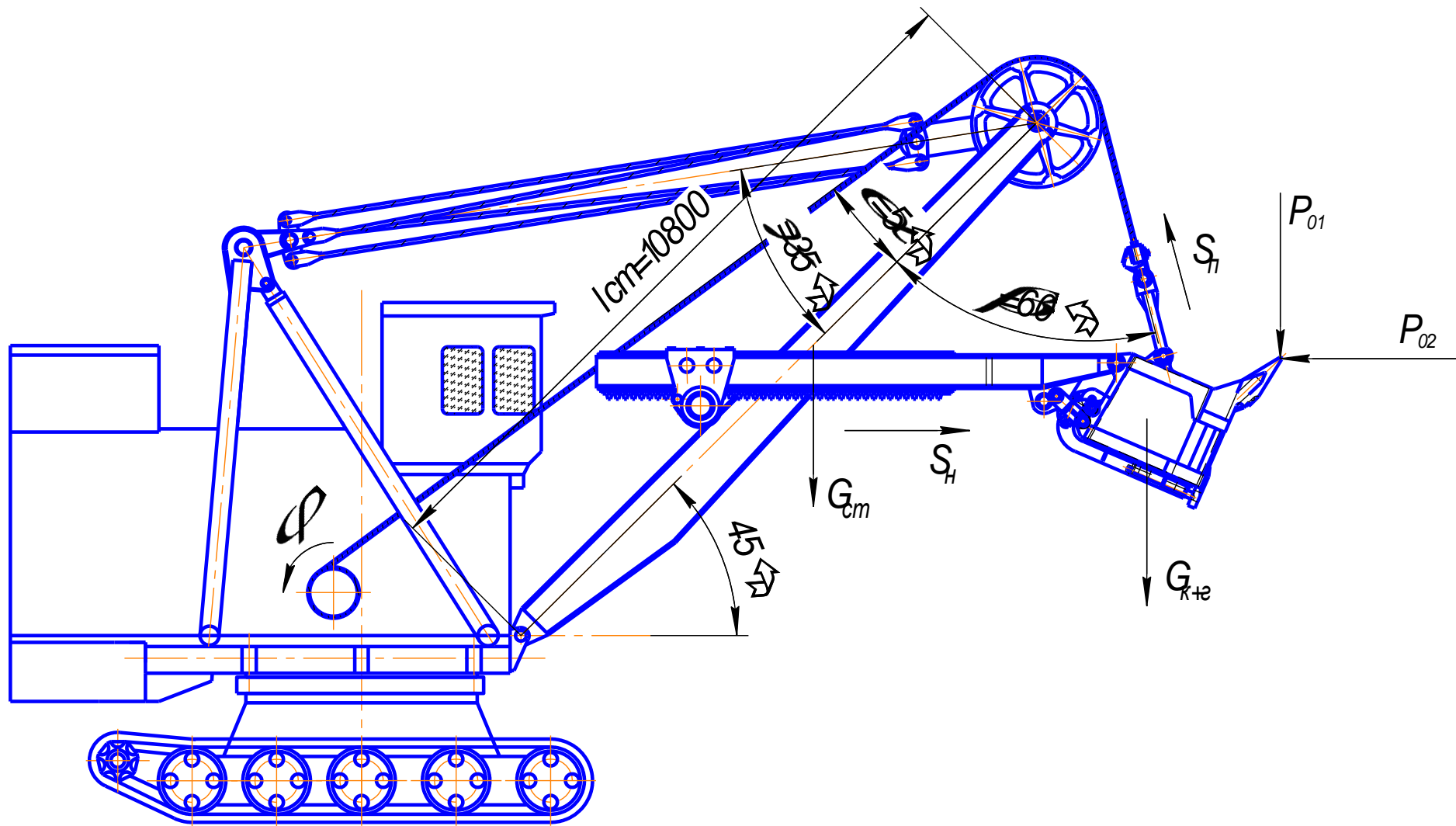


Рисунок 3.2.6 – Розрахункова схема для розрахунку вантової підвіски

Зведена жорсткість надбудова до канату, який намотується на барабан.

$$C_{подв}^{пр} = \frac{C_{подв} \cdot \sin^2 \gamma}{A^2} = \frac{43,45 \cdot 10^6 \cdot \sin^2 35^\circ}{0,812^2} = 21,68 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

– Жорсткість поворотної платформи візьмемо з розрахунку вище

$$C_{пов.пл.} = 329 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

– Еквівалентна жорсткість підвісу стріли з врахування жорсткості поворотної платформи:

$$\frac{1}{C_{подв}} = \frac{1}{C_{б}} + \frac{1}{C_C} + \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_{повпл}} = \frac{1}{5215} + \frac{1}{203000} + \frac{1}{29900} + \frac{1}{32900};$$

$$C_{подв} = 38,40 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

Зведена жорсткість надбудови до канату, який намотується на барабан

$$C_{подв}^{пр} = \frac{C_{подв} \cdot \sin^2 \gamma}{A^2} = \frac{38,40 \cdot 10^6 \cdot \sin^2 35^\circ}{0,812^2} = 19,06 \cdot 10^6 \frac{H}{м}.$$

3.2.4 Розрахунок жорсткості балочної системи підвіски стріли, коли балка приєднана до середини стріли

Схематичне зображення екскаватора зображено на рис. 3.2.7

– Жорсткість балки:

$$C_{б} = \frac{E \cdot F_{б}}{l_{б}} = \frac{2,1 \cdot 10^{11} \cdot 1,41 \cdot 10^{-2}}{6,05} = 490 \cdot 10^6 \frac{H}{м},$$

де E – модуль пружності сталі, $E = 2,1 \cdot 10^{11} \frac{м}{м^2}$;

$F_{б}$ – площа поперечного перетину балки, $F_{б} = 1,41 \cdot 10^{-2} м^2$;

$l_{б}$ – довжина балки, $l_{б} = 6,05 м$.

– Жорсткість серг надбудови та поворотної платформи

$$C_c = 2030 \cdot 10^6 \frac{H}{M}, C_H = 299 \cdot 10^6 \frac{H}{M}, C_{пов.пл.} = 329 \cdot 10^6 \frac{H}{M}.$$

– Еквівалентна жорсткість підвісу стріли без врахування жорсткості поворотної платформи:

$$\frac{1}{C_{повдв}} = \frac{1}{C_K} + \frac{1}{C_C} + \frac{1}{C_H} = \frac{1}{49000} + \frac{1}{203000} + \frac{1}{29900};$$

$$C_{повдв} = 170,13 \cdot 10^6 \frac{H}{M}.$$

Зведена жорсткість надбудова до канату, який намотується на барабан:

$$C_{повдв}^{np} = \frac{C_{повдв} \cdot \sin^2 \gamma}{A^2} = \frac{17,013 \cdot 10^6 \cdot \sin^2 60^\circ}{0,812^2} = 193,52 \cdot 10^6 \frac{H}{M}.$$

– Еквівалентна жорсткість підвісу стріли з врахування жорсткості поворотної платформи:

$$\frac{1}{C_{повдв}} = \frac{1}{C_b} + \frac{1}{C_C} + \frac{1}{C_H} + \frac{1}{C_{повпл}} = \frac{1}{49000} + \frac{1}{203000} + \frac{1}{29900} + \frac{1}{32900};$$

$$C_{повдв} = 112,14 \cdot 10^6 \frac{H}{M}.$$

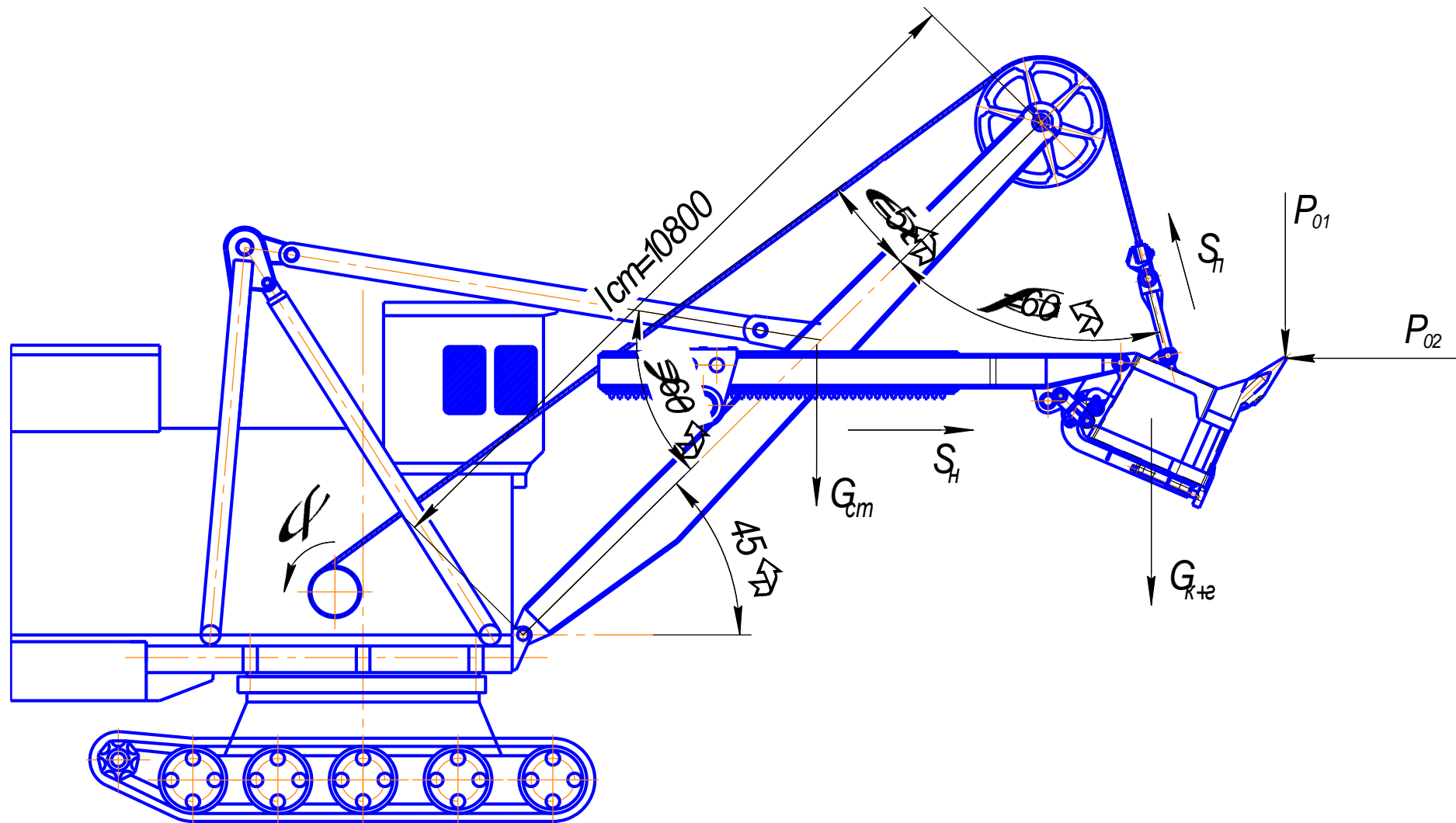


Рисунок 2.7 – Розрахункова схема для розрахунку балочної системи підвісу стріли, коли балка приєднана до середини стріли

Зведена жорсткість надбудови до канату, який намотується на барабан.

$$C_{подв}^{пр} = \frac{C_{подв} \cdot \sin^2 \gamma}{A^2} = \frac{112,14 \cdot 10^6 \cdot \sin^2 60^\circ}{0,812^2} = 127,56 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$$

3.2.5 Результати розрахунків

Результати розрахунків трьох видів підвісу стріли зводимо до таблиці 3.2.2.

Таблиця 3.2.2 – Результати розрахунків жорсткостей

Розрахований показник	I	II	III
Жорсткість підвісу стріли без врахування поворотної платформи	$150 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$43,45 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$170,13 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$
Приведена жорсткість до підйомного канату без врахування поворотної платформи	$76,7 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$21,68 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$193,52 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$
Жорсткість підвісу стріли з врахування поворотної платформи	$103 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$38,4 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$113 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$
Приведена жорсткість до підйомного канату з врахування поворотної платформи	$51,39 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$19,16 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$	$128,53 \cdot 10^6 \frac{H}{м}$

3.2.6 Обґрунтування переваг та недоліків схем

Вантова схема підвісу

Переваги:

- невелика жорсткість по відношенню до балочної системи підвісу;
- гасіння коливань при розтяганні канату (властивість канатів);
- простота виготовлення та монтажу;
- відносно невелика вага та вартість.

Недоліки:

- Так як канати працюють тільки на розтяг, то при руйнуванні нездоланної

перешкоди (після стопоріння механізму) відбувається «запрокидування» (відхилення стріли від нульового положення в сторону екскаватора). Під час цього ефекту виникають великі динамічні навантаження;

– Існує небезпека руйнування канатів, яка загрожує життю людини.

Балочна схема підвісу

Переваги:

– не відбувається «запрокидування», так як балка працює й на стиск;

– більш надійна конструкція;

– можна збільшувати зусилля напору, так як стріла жорстко закріплена.

Недоліки:

– велика жорсткість, що впливає в великій мірі на динамічні навантаження на механізм підйому та напору;

– відносно велика ціна виготовлення;

– зусилля від механізму напору деформують стрілу.

Балочна схема підвісу, коли балка приєднана до середини стріли

Переваги:

– зусилля від механізму напору передається одразу на балку підвісу стріли;

– головні блоки зафіксовані не жорстко тому є піддатливими.

Недоліки:

– жорсткість самої системи підвісу майже така як і в звичайній балочній системі, а приведена жорсткість до канату механізму підйому значно зростає;

– значні навантаження на поворотну платформу, особливо в місці кріплення стріли.

3.3 Лабораторно-практична робота 3

Дослідження динамічних процесів в механізмах і металевих конструкціях ПТБіДМ за допомогою математичних моделей

Мета роботи:

3.4 Лабораторно-практична робота 4

Основні принципи моделювання робочих процесів ПТБіДМ

Мета роботи: вивчити основні принципи моделювання робочих процесів підйомно-транспортних, будівельних і дорожніх машин.

3.4.1 Теоретичні відомості

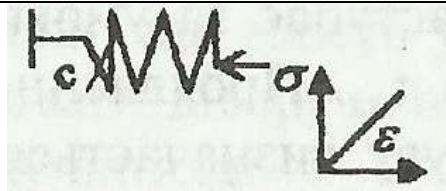
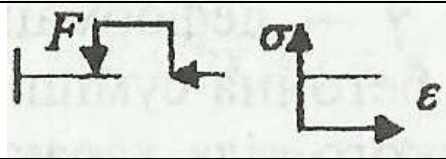
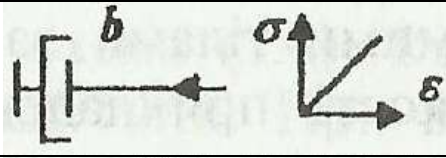
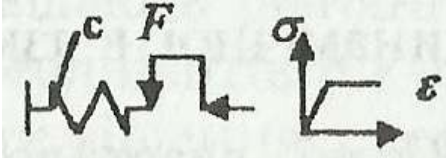
Від вибору розрахункової моделі системи машина – середовище значною мірою залежить ефективне протікання робочого процесу (подрібнення, сортування, змішування, ущільнення тощо).

З механіки відомо, що існує кілька методів моделювання поведінки тіл або робочих процесів. Найбільш поширеними є математичне та фізичне моделювання. Розглянемо основні принципи математичного та фізичного моделювання відповідно до робочих процесів машин для виробництва будівельних матеріалів і виробів.

Суть математичного моделювання полягає у відображенні того чи іншого процесу аналітичними залежностями, які і складають основу моделі.

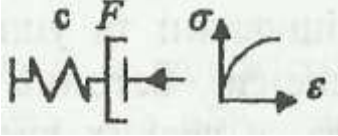
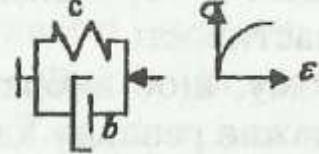

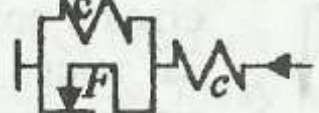
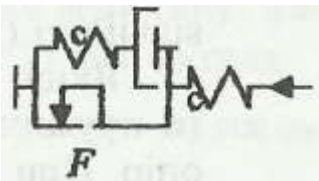
Існує безліч моделей, що якісно розрізняються між собою за тими чи іншими фізико-механічними властивостями (таблиця 3.4.1)

Таблиця 3.4.1 – основні види реологічних моделей

Номер моделі	Фізичні властивості	Розрахункова схема	Математичні залежності	Назва моделі
1	Пружність		$\sigma = \varepsilon \cdot E$	Гука
2	Пластичність		$\tau = \tau_{пл};$ $\tau = \gamma \cdot G$	Сен-Венана
3	В'язкість		$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$	Ньютона
4	Пружно – пластичні		$\sigma = \varepsilon \cdot E;$ $\tau = \tau_{пл}$	Прандтля

Продовження таблиці 3.4.1

Номер моделі	Фізичні властивості	Розрахункова схема	Математичні залежності	Назва моделі
--------------	---------------------	--------------------	------------------------	--------------

5	Пружно – в’язкі із запізненням напруження		$\sigma = \varepsilon \cdot E;$ $\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$	Максвела
6	Пружно – в’язкі із запізненням деформації		$\sigma = \varepsilon \cdot E + \eta \cdot \frac{dv}{dz}$	Фойгта
7	Пружно – в’язкі з явищем повзучості		$\tau = \gamma \cdot G;$ $\tau = \gamma_1 \cdot G_1 + \eta \cdot \frac{dv}{dz}$	Кельвіна
8	Пружно - в’язко – пластичні		$\tau = \gamma \cdot G;$ $\tau = \gamma_1 \cdot G_1 + \tau_{nl}$	Бінгама
9	Пружно - в’язко – пластичні релаксуючі		$\tau = \gamma \cdot G;$ $\tau = \gamma_1 \cdot G_1 + \tau_{nl};$ $\tau = \tau_{nl} + \eta \cdot \frac{dv}{dz}$	Шведова

Так, модель 1 відображає ідеально абсолютне пружне тіло і називається моделлю Гука за іменем автора – дослідника цієї моделі.

Графік залежності напруження від деформації при навантаженні і знятті навантаження має прямолінійний вид:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E,$$

де E – модуль пружності; ε – відносна деформація.

Така модель відображає пружні властивості в межах границь пружності і використовується при розрахунках пружин, обмежувачів коливань, початкового моменту руйнування щелепу в дробарках тощо.

Модель 2 ідеально пластичного або жорстко-пластичного матеріалу відображає сухе тертя і носить назву моделі Сен-Венана. Деформація такого матеріалу настає за умови перевищення навантаженням границі пластичності τ_{nl} . Проявлення пластичної деформації як залишкової деформації зсуву визначається співвідношенням:

$$\tau = \gamma \cdot G,$$

де G – модуль зсуву; γ – деформація зсуву.

Певною мірою якості пластичності проявляє бетонна суміш.

Модель 3 ідеального в’язкого тіла характеризує роботу сил тертя всередині

тіла або між окремими тілами за умови, що напруження пропорційні градієнту швидкості прикладеного навантаження:

$$\tau = \eta \cdot \frac{dv}{dz},$$

де η – коефіцієнт динамічної в'язкості;

v – швидкість переміщення;

z – відстань.

В'язкі властивості проявляють бетонна суміш і розчини при перемішуванні та ущільненні. Звичайно у загальному стані розчини, суспензії, бетонна суміш проявляють фактично всі фізичні властивості, у деяких випадках навіть одночасно. Тому більш реальними є моделі 4 – 9, складові частини яких мають пружні, в'язкі та пластичні властивості.

Тепер задача полягає в тому, щоб вибрати ту реологічну модель, яка найбільшою мірою відображає реальну картину робочого процесу. Щодо будівельних розчинів і сумішей, то найчастіше застосовують модель 6 Фойгта. Складемо рівняння руху такої моделі за умови, що середовище – модель Фойгта, а робочий орган машини враховується у розрахунковій схемі масою. За таких припущень ми дійдемо відомої системи з одним ступенем вільності (рис. 3.4.1).

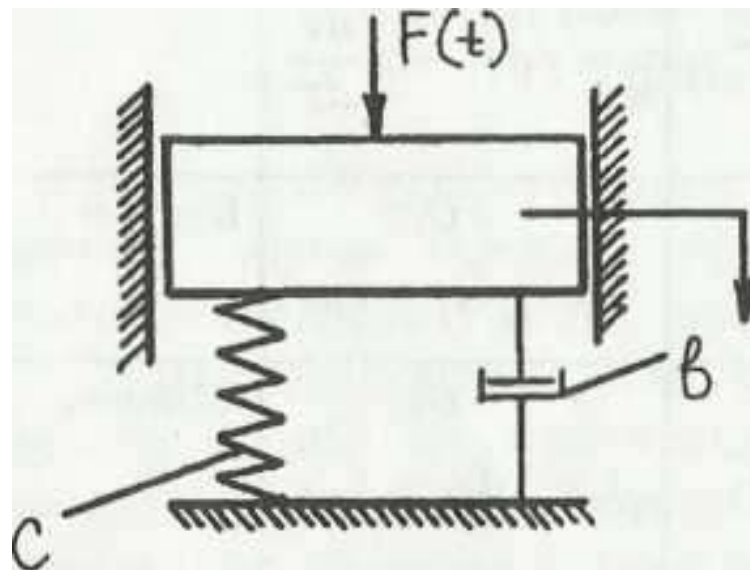


Рисунок 3.4.1 – Розрахункова схема системи з одним ступенем вільності

Якщо на масу m діє сила $F \downarrow$, то пружина і демпфер чинитимуть опір. При цьому, як і потребує ідеальна модель 1, пружність пропорційна переміщенню, а та сила, що виникає при цьому, називається пружною силою:

$$F_{np} = c \cdot x,$$

де c – коефіцієнт пружності, Н/м;

x – переміщення, м.

Сила, що виникає в демпфері, пропорційна швидкості (модель 3 у табл. 3.4.1) і називається силою опору:

$$F_{on} = b \cdot \dot{x},$$

де b – коефіцієнт опору, Н · с/м;

\dot{x} – швидкість, м/с.

Для того щоб система перебувала в рівновазі з діючими силами, згідно з принципом Даламбера, необхідно додати фіктивну силу інерції системи або скористатися відомою умовою, що діючі в системі сили дорівнюють масі цієї системи m , помноженій на прискорення цієї системи $\ddot{x} \div m\ddot{x} = -cx - b\dot{x} + F$.

Якщо перенести члени, що мають у своєму складі переміщення і швидкість, за знак рівноваги ліворуч, то остаточно матимемо рівняння руху системи в такому вигляді:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F \quad (3.4.1)$$

Визначена математична модель (3.4.1) містить усі характеристики процесу, що відображає схема (рис. 1). Відомі розмірності коефіцієнтів, що визначають ті чи інші сили. При вивченні руху будівельних машин, моделі яких відповідають рівнянню (3.4.1), виникає необхідність у визначенні маси m , коефіцієнтів b і c , сили F або розв'язання задачі про визначення переміщення системи при відомих параметрах, тобто $x = f(m, b, c, F, t)$.

Числове значення маси m залежить від маси рухомого робочого органу та маси середовища, що обробляється. Тому методика визначення маси m повністю залежить від конкретного робочого процесу і враховує інерційні властивості системи.

Коефіцієнти b і c можна визначити на загальних підставах розгляду рівняння (3.4.1). Так, для знаходження пружності c розглядають спрощене рівняння (3.4.1) за умови, що $b = 0$ і $F = 0$. Тоді рівняння (3.4.1) матиме вигляд:

$$m\ddot{x} + cx = 0 \text{ або } \ddot{x} = -\left(\frac{c}{m}\right)x. \quad (3.4.2)$$

Із (3.4.2) видно, що x така функція часу, яка після дворазового диференціювання перетворюється знову на таку саму функцію, помножену на постійну від'ємну величину. Такими функціями є синус і косинус. Тому розв'язок (3.4.2) має вигляд

$$x = x_0 \cdot \cos w_0 t. \quad (3.4.3)$$

Розв'язок (3.4.3) у графічному вигляді являє собою переміщення системи зі сталою амплітудою x_0 і власною частотою коливань ω_0 . Такий режим руху називають незгасаючими власними коливаннями консервативної системи.

Хід роботи

Спільним для багатьох машин є визначення робочого процесу в залежності від зовнішньої корисної енергії машини $A_{p.o.}$, яка визначається за формулою:

$$A_{p.o.} = k \cdot P \cdot dt, \text{ Дж}, \quad (3.4.4)$$

де k – ККД машини;
 P – корисна потужність.

Визначення витрачуваної на протікання робочого процесу енергії можна виконати як добуток питомої енергії на загальну кількість середовища, з яким машина, або її робочий орган взаємодіє:

$$A_c = E_m \cdot dm, \quad (3.4.5)$$

$$A_c = W_V \cdot dV,$$

де E_m – питома енергія необхідна для виконання робочого процесу, (Дж/кг);

W_V – питома енергія необхідна для переробки одиниці об'єму матеріалу, (Дж/м³).

З урахуванням формул 3.4.4 і 3.4.5 можна записати баланс енергії системи «машина - середовище»:

$$k \cdot P \cdot dt = E_m \cdot dm; \quad (3.4.6)$$

$$k \cdot P \cdot dt = W_V \cdot dV. \quad (3.4.7)$$

Фізична суть параметра E_m або W_V – полягає в тому, що він визначає той рівень енергії, який поглинається конкретним середовищем, відповідно до підведеного рівня зовнішньої енергії.

Рівняння енергетичного балансу дає можливість записати у загальному вигляді і продуктивність процесу

$\bar{V} = \frac{k\bar{P}}{W_V}; (\text{м}^3 \cdot \text{с}^{-1}) \quad \text{або} \quad M = \frac{k\bar{P}}{E}; (\text{кг} \cdot \text{с}^{-1})$	(3.4.7)
---	---------

$M = \frac{dm}{dE}; \quad V = \frac{dV}{dt}.$	
---	--

Звідси витікає, що продуктивність виражає собою співвідношення корисної енергії та енергії, що витрачається на одиницю процесу.

Відношення $\frac{k}{W}$, $\frac{k}{E}$ – визначають рівень ефективності машини.

Оцінка рівня енергії, що витрачається на виконання технологічного (робочого) процесу є однією з ключових задач при виборі машин.

Наприклад, одним з методів визначення енергії W є розгляд тиску робочого органу (або котка) на матеріал у контактній зоні.

$$W = \int p dx,$$

де P – тиск у контактній зоні, H/m^2 ;

x – закон деформації матеріалу в зоні контакту:

$$x = x \cdot \bar{.}$$

Сам процес визначення тиску є незначна проблема, а основна проблема полягає у виборі закону деформації, або виборі моделі, що адекватно відповідає вибраному процесу.

Розглянемо методику визначення енергії W для моделі пружного тіла, що деформується під дією зовнішньої сили за законом Гука.

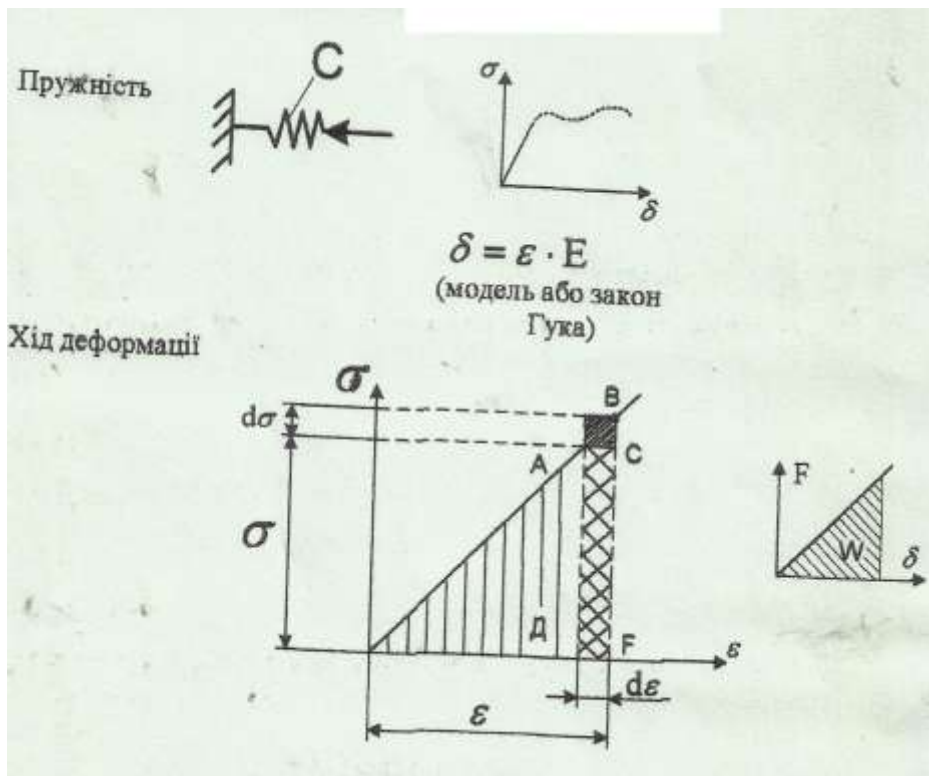


Рисунок 3.4.2 – Енергія, що витрачається на деформування пружного тіла

Перехід тіла зі стану A в стан B потребує витрати енергії dW :

$$dW = \sigma \cdot d\varepsilon + d\sigma \cdot \varepsilon = \sigma \cdot d\varepsilon + d\varepsilon \cdot d\sigma;$$

$$dW = \sigma \cdot d\varepsilon.$$

Ця робота (енергія) визначається площею прямокутника з висотою σ і основою $d\varepsilon$.

Тобто витрати енергії на деформацію одиниці об'єму тіла можна знайти як інтеграл елементарних енергетичних витрат:

$$W_V = \int dW = \int \sigma \cdot d\varepsilon.$$

Згідно з законом Гука:

$$d\varepsilon = \frac{d\sigma}{E},$$

тоді

$$W_V = \int \frac{\sigma \cdot d\sigma}{E} = \frac{1}{E} \cdot \int \sigma \cdot d\sigma = \frac{\sigma^2}{2E}.$$

Такий самий результат можна отримати при визначенні площі трикутника на діаграмі деформацій.

$$W_V = \frac{\sigma \cdot \varepsilon}{2} = \frac{\sigma^2}{2E}.$$

$W_V \cdot H/m^2$ – виражає не фізичну суть, це є енергія (Hm), віднесена до одиниці об'єму (m^3) середовища.

Для одиниці маси:

$$W_m = \frac{\sigma^2}{2 \cdot E \cdot \rho}.$$

Проте частина енергії обов'язково втрачається.

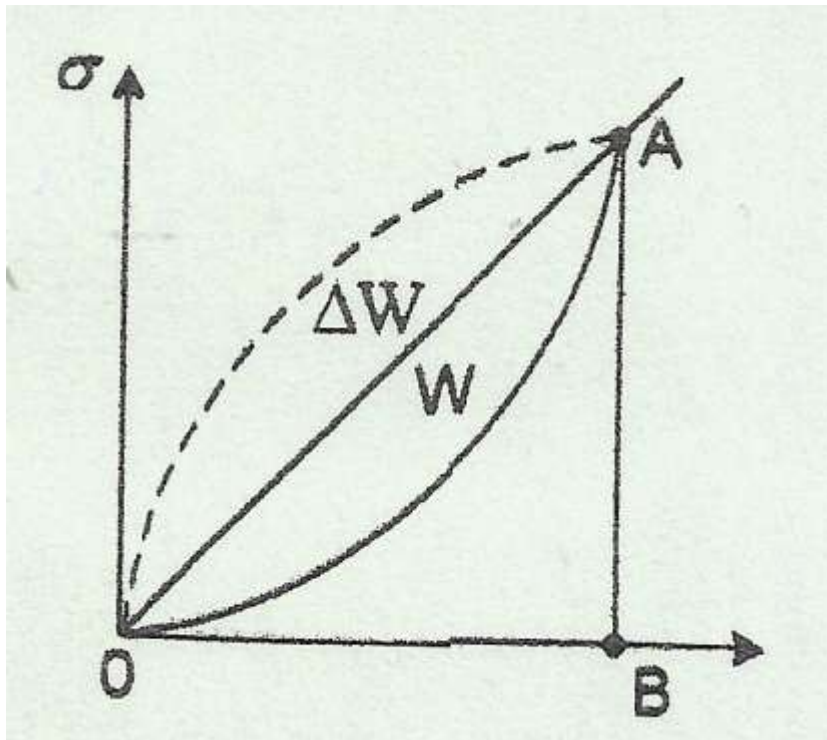


Рисунок 3.4.3 – Визначення енергії, що витрачається на деформацію матеріалу не пружного тіла

ΔW – та енергія, що втрачається;

$\frac{\Delta W}{W} = \psi$ – коефіцієнт поглинання енергії;

$$\gamma = \frac{\psi}{2\pi} \text{ – коефіцієнт втрат.}$$

У рівняння для визначення співвідношення напруження і деформації він входить у вигляді:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon + i \cdot \gamma$$

де i – умовна одиниця, яка показує на поворот вектора пружної сили $E \cdot \varepsilon$ відносно сили $E \cdot \varepsilon \cdot \gamma$, що враховує втрату енергії за один цикл напруження або тиску на ґрунт.

4 МОДЕЛЮВАННЯ З ВИКОРИСТАННЯМ ПЕОМ

4.1 Лабораторно-практична робота 1

Моделювання руху самохідного стрілового крану автокрана у розширеній Simulink системи MATLAB

Мета: ознайомитися з принципами побудови математичної моделі у розширенні Simulink системи MATLAB.

4.1.1 Теоретичні відомості

Математичні моделі – являють собою формалізовані описання об'єкта або системи за допомогою деякого абстрактної мови, наприклад у вигляді сукупності математичних співвідношень або схеми алгоритму.

Розрізняють наступні види математичного моделювання: вербальні (словесні), графічні, табличні, аналітичні та алгоритмічні.

Іноді математична модель описується рівняннями, які явно витікають з розгляду фізичної сутності моделюємого явища або системи.

Якщо математична модель служить для імітації поведінки якого або реального об'єкта в часі, то вона називається імітаційної моделлю. В англійській літературі це відповідає терміну Simulation Modeling (в сенсі симуляції поведінки).

Динамічна система автокрана представлена п'ятьма ланками: 1) базове шасі; 2) поворотна колонка; 3) стріла; 4) телескопічне висувне ланка; 5) вантаж. Елементи ходового обладнання та приводу представлені на розрахунковій схемі упругов'язких тіл Фохта.

Механізм крану має 13 ступенів свободи: переміщення центру мас базового шасі уздовж осі X_0 (q_1); переміщення центру мас базового шасі уздовж осі Y_0 (q_2); переміщення центру мас базового шасі уздовж осі Z_0 (q_3); поворот базового шасі навколо осі X_1 (q_4); поворот базового шасі навколо осі Z_1 (q_5); поворот базового шасі навколо осі Y_1 (q_6); поворот поворотної платформи навколо осі Y_2 (q_7); поворот стріли навколо осі Z_3 (q_8); висування телескопічної ланки уздовж осі X_4 (q_9); поворот вантажу навколо осі Z_5 (q_{10}); поворот вантажу навколо осі X_5 (q_{11}); поворот вантажу навколо осі Y_5 (q_{12}); зміщення вантажу уздовж осі Y_5 (розтягнення вантажної лебідки, q_{13}). На рис. 2 представлена принципова схема зв'язків для побудови Simulink-моделі крана. З блоків пакета SimMechanics при моделюванні системи крана використовувалися наступні [3]: Ground – блок, який представляє собою стійку, тобто тіло, пов'язане

з нерухомою інерціальною системою координат.

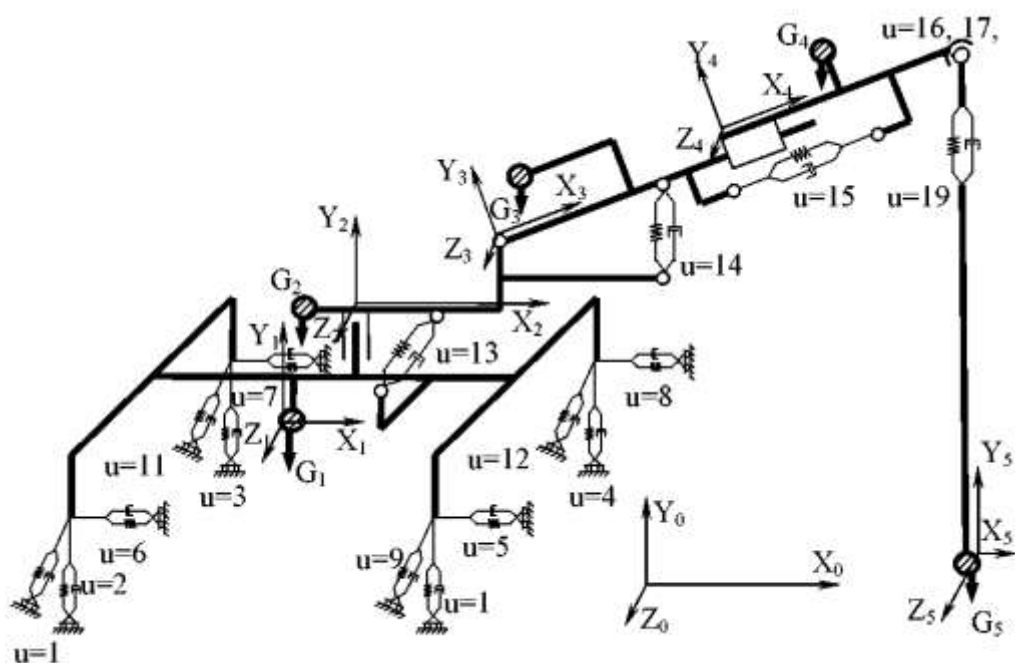


Рисунок 4.1.1 – Узагальнена розрахункова схема динамічної системи самохідного стрілового крану

Body – блок, який представляє певний користувачем жорстке тверде тіло. Як параметри даного блоку виступають маса тіла, тензор інерції тіла щодо власного центру мас, а також Декартові координати характерних точок даного тіла, а саме точок приєднання шарнірів, що пов'язують дане тіло з іншими тілами або стійкою, і точок прикладання сил і моментів. Body Sensor – віртуальний датчик тіла, блок, вихідними сигналами якого є величини лінійного або кутового переміщення, швидкість і або прискорення певної точки тіла в заданій системі координат. Body Actuator – так званий блок «приводу» тіла, який прикладає до тіла заданий момент, що обертає або зосереджену силу. Bushing – один з численних блоків розділу бібліотеки шарнірів SimMechanics, блок найбільш загального шарніра, що має 6 ступенів свободи. Bearing – блок шарніра, що має чотири ступені свободи: три обертальні і одну поступальну. Revolute – блок обертального шарніра, що має одну ступінь свободи - поворот навколо заданої осі координат. Prismatic – блок поступального шарніра, що має одну ступінь свободи – переміщення уздовж заданої осі координат. Joint Sensor – віртуальний датчик шарніра, блок, вихідними сигналами якого є величини лінійного або кутового переміщення, швидкість і / або прискорення для примітиву (окремої ступеня свободи) шарніра. Блоки даного типу використовувалися в Simulink – моделі для визначення зусиль і моментів, що описують упругов'язкі тіла Фохта.

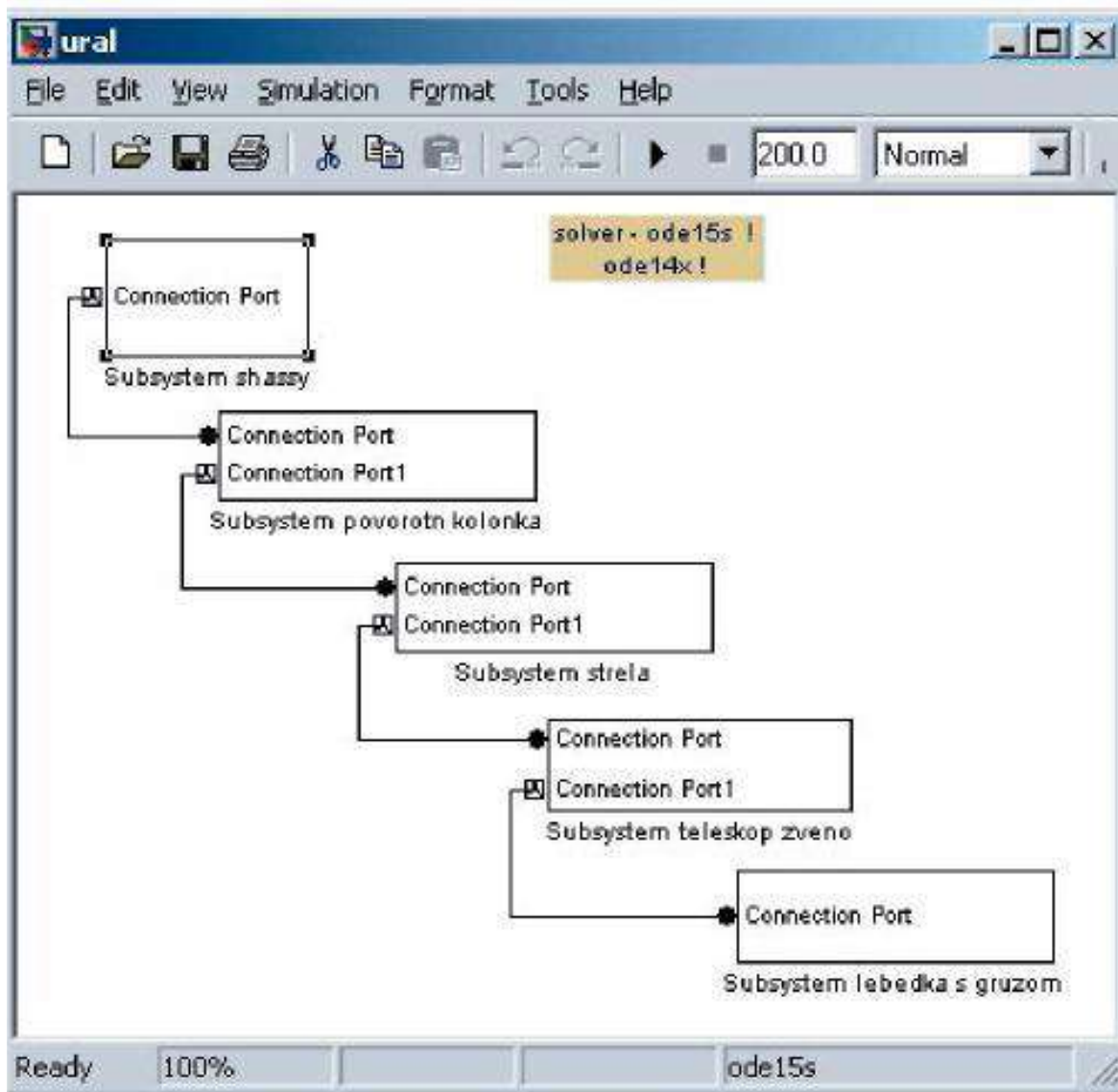


Рисунок 4.1.2 – Головне вікно моделі крана Ural

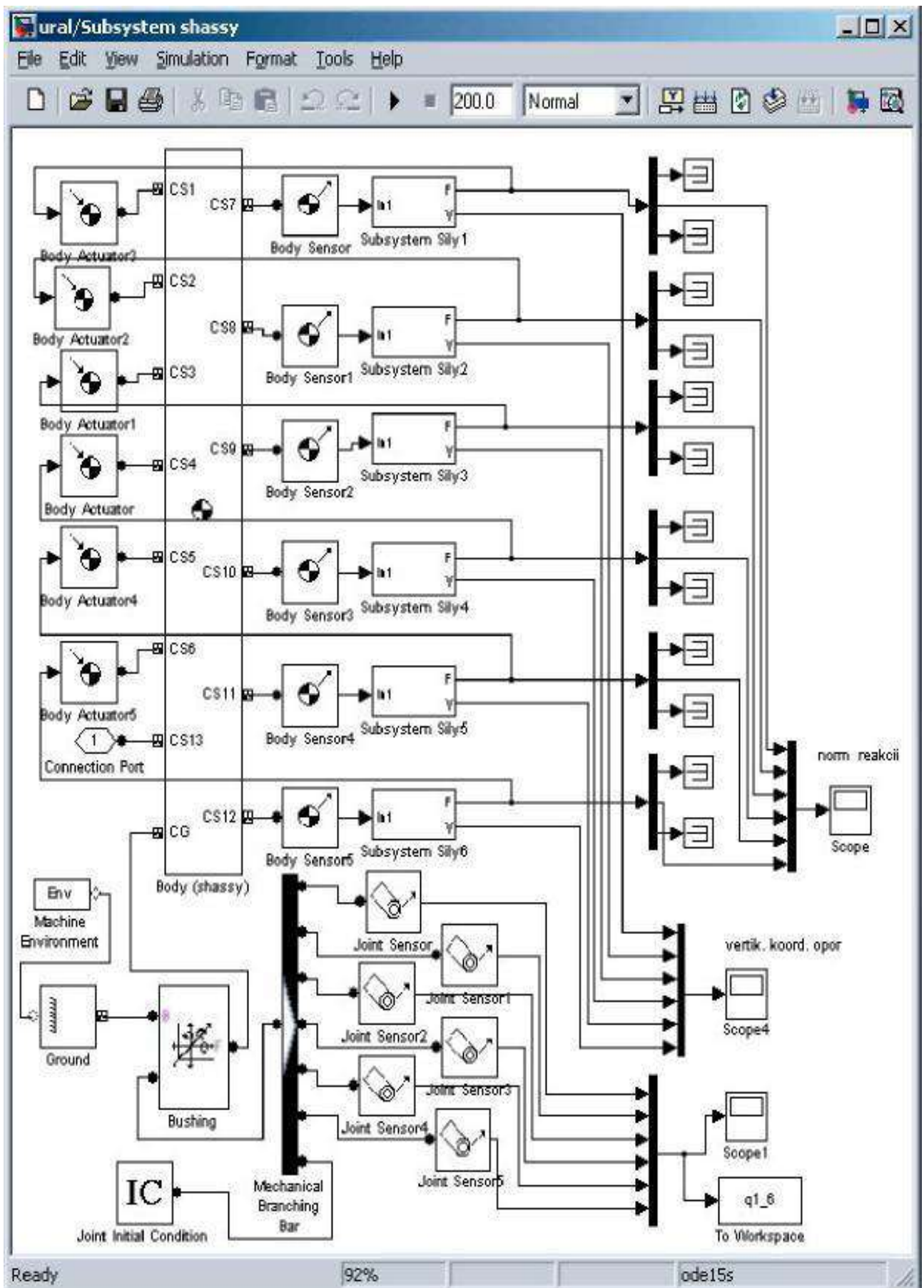


Рисунок 4.1.3 – Вікно підсистеми базового шасі «shassy»

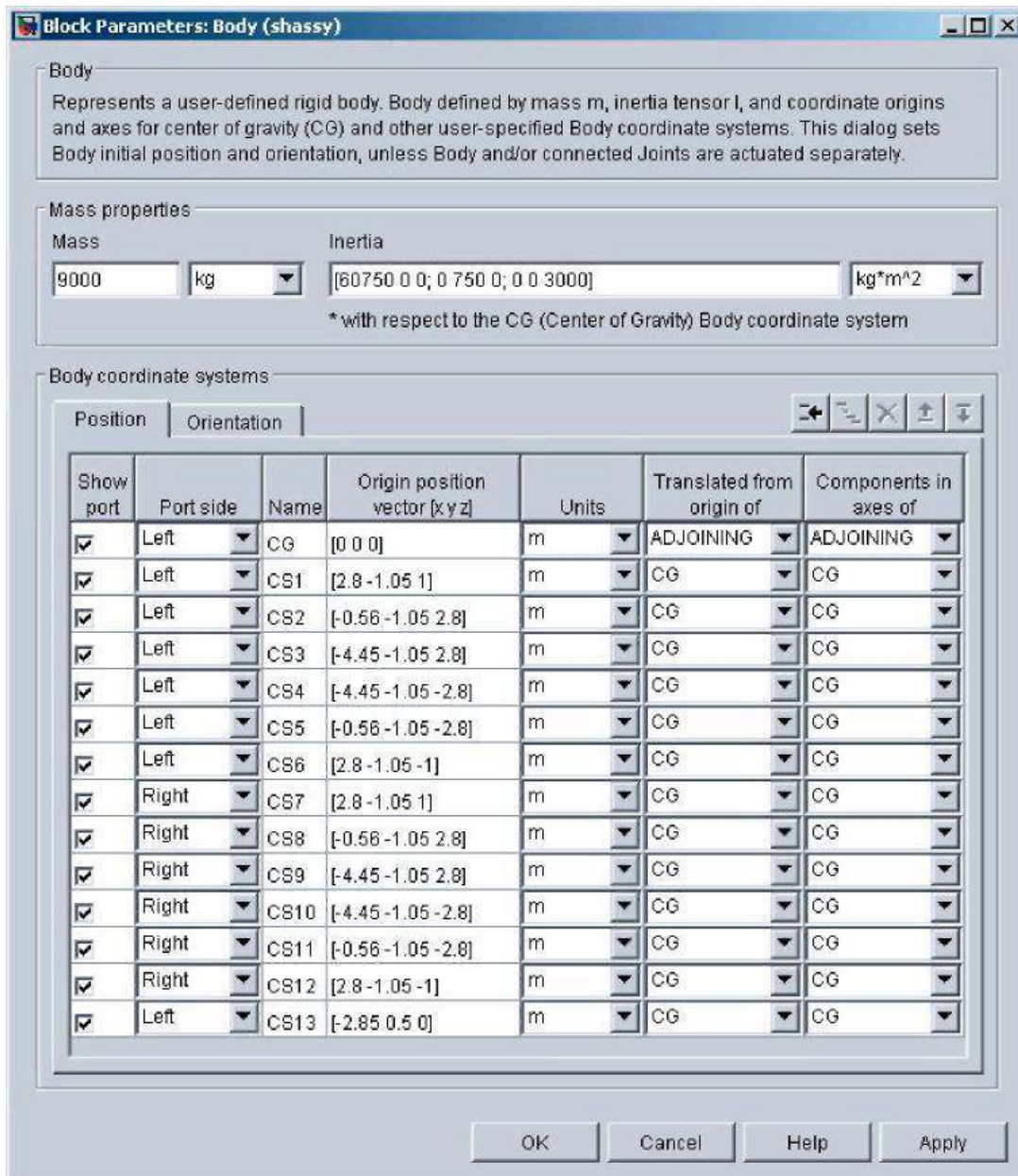


Рисунок 4.1.4 – Вікно налаштування параметрів блоку Body (shassy)

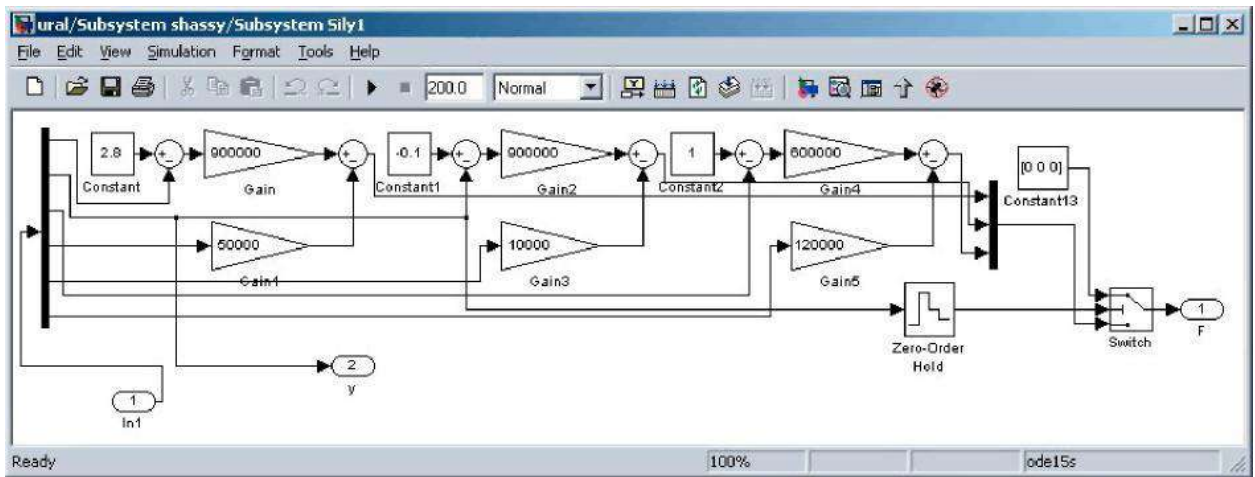


Рисунок 4.1.5 – Вікно підсистеми визначення зусилля, які діють на базове шасі з боку першої опори

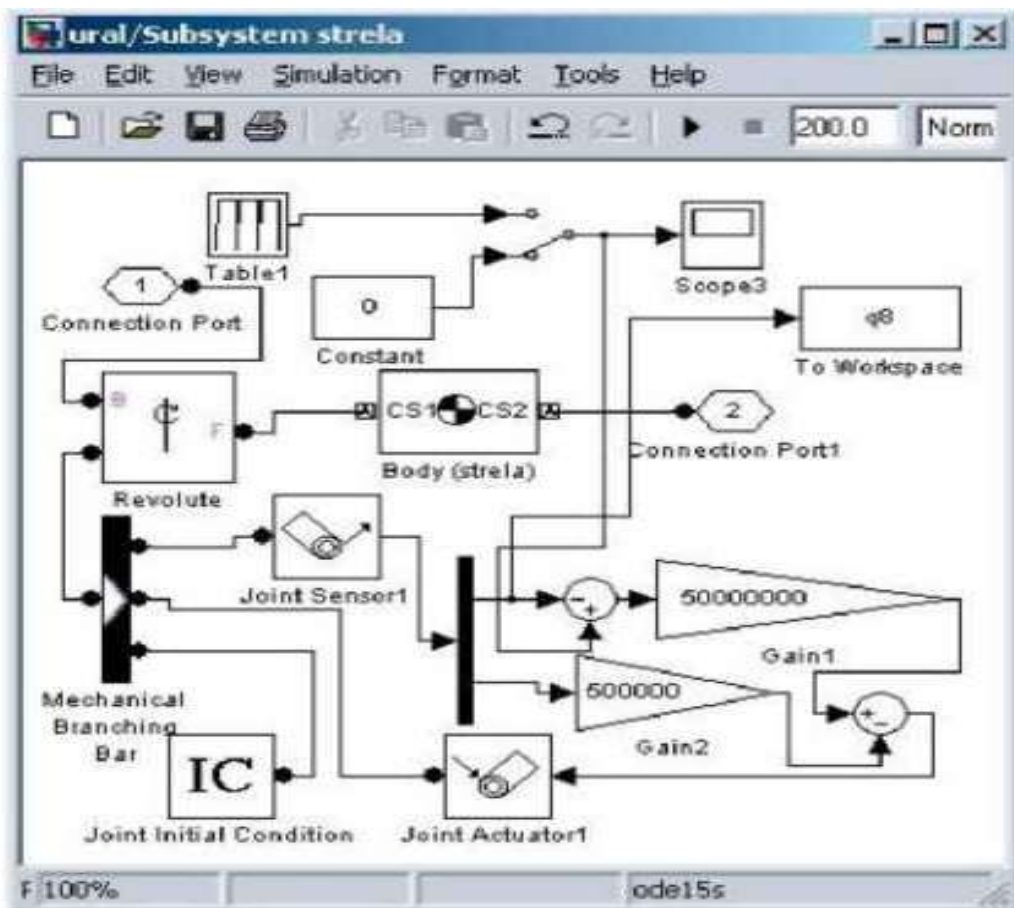


Рисунок 4.1.6 – Вікно підсистеми стріли strela

Згідно з наведеною принциповій схемі зв'язків була побудована Simulink – модель механічної системи крана, яка дозволяє вирішувати завдання статичи, кінематики та динаміки даного об'єкта, досліджувати його стійкість в робочому режимі.

Рух шарніра Bushing не обмежується явно через блоки розділів Sensors &

Actuators або Constraints & Drivers. Завдання позиціювання базового шасі в просторі вирішується за допомогою блоків Body Sensor і Body Actuator. Шість блоків Body Sensor за кількістю опор крана в загальному випадку (чотири виносні опори і два передніх колеса) вимірюють в абсолютній системі WORLD координати і швидкості характерних точок опор (точки CS1.CS7) і видають їх у вигляді векторних сигналів.

Шість блоків Body Actuator підключені до портів шести характерних точок CS7 ... CS12, координати яких збігаються з координатами точок CS1 ... CS7 відповідно. Початкові відносні положення двох частин примітивів шарніра Bushing, відповідні статичним відхилень загальних координат базового шасі під дією сил тяжіння, задаються у вікні настройки блоку Joint Initial Condition (див. Рис. 61). Для того, щоб ці значення можна було задати у вікні настройки блоку Joint Initial Condition, вони повинні бути попередньо отримані в ре-док окремого розрахунку на статику. Точка CS13 має в тілі базового шасі координати точки знаходження обертового шарніра Revolute поворотної колонки.

Підсистеми поворотної колонки, стріли і телескопічної ланки мають принципово однакову структуру, оскільки кожне з цих ланок автокрана має відносно попереднього ланки одну ступінь свободи.

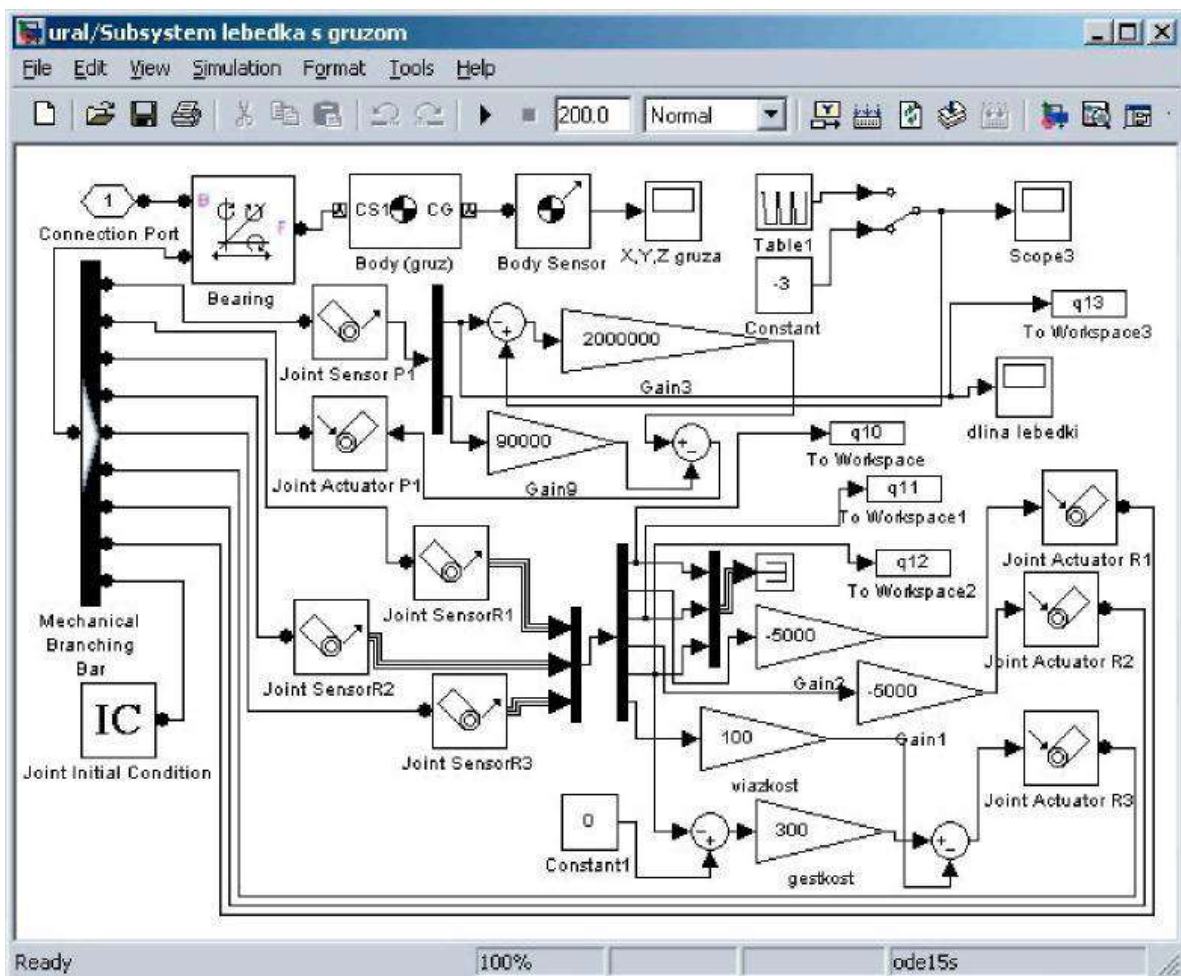


Рисунок 4.1.7 – Вікно підсистеми лебідки з вантажем lebedka s gruzom

4.1.2 Зміст звіту

1. Відомості щодо побудови математичної моделі у розширенні Simulink системи MATLAB.
2. Побудова моделі за індивідуальним завданням
3. Висновки з роботи

Библиографический список

1. Моделирование и визуализация движений механических систем в MATLAB: Учебное пособие / В.С.Щербаков, М. С. Корытов, А.А. Руппель, В.А. Глушец, С.А. Милушенко. – Омск: Изд-во Си-БАДИ, 2007. – 84с
 2. Лазарев Ю. Ф. Моделирование процессов и систем в MATLAB: Учебный курс. – СПб.: Питер; Киев: Издательская группа BHV, 2005. – 512 с.
 3. SimMechanics User's Guide. Version 2. The MathWorks, Inc., November 2002. 522 р.
 4. Корытов М. С., Глушец В. А., Зырянова С. А. Моделирование рабочих движений автокрана при помощи SimMechanics и Virtual Reality Toolbox// Ехронтента Pro. Математика в приложениях. – 2004. – № 3 – 4 (7 – 8). – С. 94-102.
- Круглова Т.Н., А.С. Власов
Компьютерное моделирование технологических процессов и систем управления
Учебно-методическое пособие для практических занятий / Т.Н. Круглова, А.С. Власов; Южно-Российский государственный поли-технический университет (НПИ) имени М.И. Платова. – Новочеркасск: ЮРГ-ПУ(НПИ) имени М.И. Платова, 2017 . –68 с

Додаток А

Приклади одиниць вимірювання деяких фізичних величин в SI

Величина	Одиниця позначення			Вираз через основні та додаткові одиниці
	назва	міжнародне	українське	
	1	2	3	
Основні одиниці				
Довжина	метр	m	м	-
Маса	кілограм	kg	кг	-
Час	секунда	s	с	-
Сила електричного струму	ампер	A	А	-
Термодинамічна температура	кельвін	K	К	-
Кількість речовини	моль	mol	моль	-
Сила світла	кандела	cd	кд	-
Додаткові одиниці				
Плоский кут	радіан	rad	рад	-
Тілесний кут	стерадіан	sr	ср	-
Похідні одиниці простору та часу				
Швидкість	метр за секунду	m/s	м/с	м·с ⁻¹
Прискорення	метр за секунду в квадраті	m/s ²	м/с ²	м·с ⁻²
Кутова швидкість	радіан за секунду	rad/s	рад/с	с ⁻¹
Кутове прискорення	радіан за секунду в квадраті	rad/s ²	рад/с ²	с ⁻²
Похідні одиниці періодичних явищ				
Період	секунда	s	с	с
Частота періодичного процесу	герц	Hz	Гц	с ⁻¹
Частота обертання	секунда в мінус першому ступеню	s ⁻¹	с ⁻¹	с ⁻¹

1	2	3	4	5
Похідні одиниці механічних величин				
Густина	кілограм на кубічний метр	kg/m^3	кг/м^3	$\text{кг}\cdot\text{м}^{-3}$
Сила Сила тяжіння	Ньютон	N	Н	$\text{м}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}$
Момент інерції	Кілограм-метр в квадраті	$\text{kg}\cdot\text{м}^2$	$\text{кг}\cdot\text{м}^2$	$\text{м}^2\cdot\text{кг}$
Момент сили	Ньютон-метр	$\text{N}\cdot\text{м}$	Н·м	$\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}$
Імпульс сили	Ньютон-секунда	$\text{N}\cdot\text{с}$	Н·с	$\text{м}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-1}$
Тиск Напруження	Паскаль	Pa	Па	$\text{м}^{-1}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}$
Робота Енергія	Джоуль	J	Дж	$\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}$
Потужність	Ват	W	Вт	$\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}$
Похідні одиниці теплових величин				
Температура Цельсія	градус Цельсія	$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{C}$	$t^{\circ}\text{C}=\text{K}-273,15$
Кількість теплоти	Джоуль	J	Дж	$\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-2}$
Тепловий потік	Ват	W	Вт	$\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}$
Теплопровідність	Ват на метр-Кельвін	$\text{W}/(\text{м}\cdot\text{K})$	Вт/(м·К)	$\text{м}\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$
Теплоємність Ентропія	Джоуль на Кельвін	J/K	Дж/К	$\text{м}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{с}^{-3}\cdot\text{K}^{-1}$

Додаток Б

Параметри	<u>Самохідний кран XCMG RT60 (RT55E)</u>	<u>Самохідний кран XCMG RT70E (RT80)</u>	<u>Самохідний кран XCMG RT120E (RT100)</u>
Розмір, мм			
Довжина	12100	13160	14900
Ширина	2980	3180	3500
Висота	3530	3750	3990
Колісна база	3740	4000	4645
Колія	2330	2400	2640
Передній/Задній свіс	1855/2190	1925/2190	2227/2455
Виніс стріли відносно передньої вісі	4200/0	5020/0	5450/0
Вага, кг			
Загальна вага	38500	49000	76830
Навантаження на передню вісь	17750	25500	41750
Навантаження на задню вісь	20750	23500	35150
Керування			
Максимальна швидкість пересування, км/г	35	35	33
Мин. радіус развороту, м	5,5	6,1 - 10,5	7,5 - 12
Дорожній просвіт, мм	460	467	568
Кут в'їзду, °	25,8	20	21,1
Кут з'їзду, °	21,8	17,5	17,3
Відстань до повної зупинки з 24 км/г, м	9	9	9
Вантажопідйомні характеристики			
Максимальна вантажопідйомність, т	55	70	120
Мінімальний робочий радіус, м	2,5	2,5	2,5